

2. ANALIZA DYNAMICZNA OBIEKTÓW MECHANICZNYCH

Funkcjonowanie maszyn, urządzeń, instalacji, w ogólności obiektów mechanicznych nieodłącznie jest związane z przekazywaniem różnorodnych oddziaływań siłowych. W większości przypadków oddziaływania te można podzielić na część statyczną, stałą w czasie, która zapewnia projektowane położenie bądź projektowany ruch, oraz część drugą dynamiczną na ogół o charakterze oscylacyjnym. Analizując zachowanie się obiektów mechanicznych pod wpływem oddziaływań będziemy tu przyjmować, że stan naprężeniowy, położenie równowagi, średni ruch na torze, itp. jako wynik działania części statycznej jest znany i nie stanowi problemu. Problemem będzie tu zrozumienie przewidywanie i niejednokrotnie poprawienie zachowania się obiektu pod wpływem części dynamicznej oddziaływań, czyli analiza dynamiczna obiektu. Czy jednak w obliczu coraz większego skomplikowania konstrukcyjnego i funkcjonalnego obiektów mechanicznych (np. pojazd kosmiczny) wyniki takiej analizy dynamicznej mogą być wiarygodne? Otóż niejednokrotnie stwierdzono teoretycznie i praktycznie, że zachowanie się (reakcja) dynamiczne skomplikowanych obiektów

mechanicznych złożone jest z reakcji elementarnych, (zachowanie się układu elementarnego), które można poznać i przestudiować każdą oddzielnie. Sposób syntezy reakcji elementarnych w reakcję złożonego obiektu mechanicznego jest niejednokrotnie skomplikowany, lecz jednoznaczny. Może on być poznany za pomocą wnikliwie stosowanych względnie prostych metod analitycznych. Z tego właśnie wynika nasza zdolność do analizy dynamicznej skomplikowanych obiektów mechanicznych złożonych z wielu podukładów i nasze zaufanie, że będą one zachowywać się tak jak przewidzieliśmy [12].

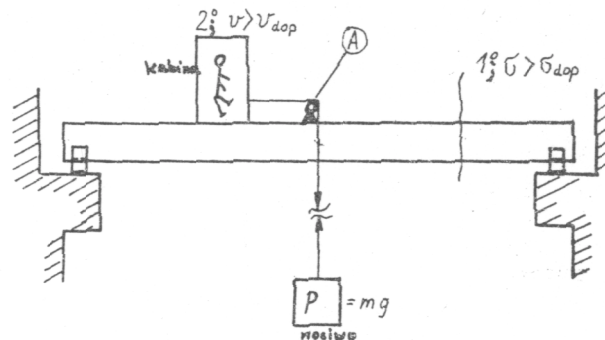
2.1. MODELOWANIE

Tak więc kluczem do określenia dynamiki czyli drgań obiektu mechanicznego jest znajomość możliwych odpowiedzi układu dynamicznego, do którego można zredukować badany obiekt. W wielu przypadkach otrzymany układ dynamiczny będzie układem elementarnym, podstawowym, zwanym układem lub modelem o jednym stopniu swobody. Procedura dojścia od obiektu rzeczywistego do jego zastępczego układu dynamicznego, zwanego często modelem oraz modelowaniem, jest pierwszym krokiem analizy dynamicznej. Wagę tego kroku dla całej analizy dynamicznej niech uzmysłowi fakt, że dla jednego obiektu mechanicznego można obmyślić nieskończenie wiele modeli, od bardzo prostych do niezwykle skomplikowanych, a do tego żaden może nie oddawać dostatecznie precyzyjnie poszukiwanych własności obiektu. Tak więc procedurę modelowania, czyli dojścia do modelu zastępczego obiektu mechanicznego należy przeanalizować na przykładzie i wyciągnąć ogólne wnioski metodyczne.

Własności mechaniczne, które będą nas interesować przy modelowaniu to masa (inercja), szywność i dyssypacja energii. Własności te, jak łatwo spostrzec, rozłożone są w sposób ciągły na rozpiętości obiektu. Dążąc jednak do możliwej prostoty opisu modelu i dalszej jego analizy własności te będziemy skupiać w określonych punktach obiektu zwanych punktami redukcji.

Dla lepszej pogładowości wykładu weźmy pod uwagę suwnicę pomostową i rozważmy jej modele wynikające z dwu różnych powodów: 1° pęknięcia zmęczeniowego belki suwnicowej, 2° zagrożenia drganiowego operatora. Sytuację tę ilustruje rysunek 2.1 z alternatywnymi celami analizy dynamicznej:

$$1^{\circ}, \sigma > \sigma_{dop}; 2^{\circ}, v > v_{dop}$$



Rys.2.1. Suwnica pomostowa z nadmiernymi naprężeniami w punkcie 1° oraz alternatywnie z nadmiernymi drganiami operatora w punkcie 2°, (A) - punkt redukcji własności mechanicznych

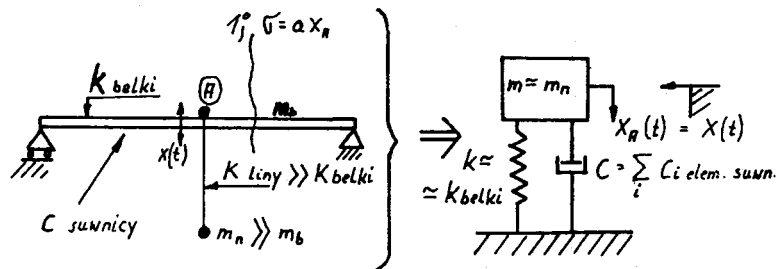
Pierwszym krokiem modelowania jest określenie punktu redukcji własności mechanicznych obiektu. Punkt ten określony na rysunku 2.1 jako (A) musi spełniać trzy istotne warunki: 1° drgania muszą tu mieć amplitudy istotnie zauważalne, nie może to być więc punkt podpory nieruchomej, 2° musi być spełniona względna łatwość redukcji rozciąglonych własności inercyjnych sztywnościowych i dyssypatywnych obiektu do własności dyskretnych w p. (A), 3° musi istnieć bezpośredni związek między amplitudą drgań w punkcie redukcji (A) a naszym celem analizy dynamicznej (np. $\sigma(t)$ lub $v(t)$ w naszym przypadku).

Jak się wydaje, punkt A na rysunku 2.1 spełnia wymienione trzy postulaty. Biorąc więc pod uwagę pierwszy cel analizy dynamicznej $\sigma > \sigma_{dop}$ i związane z tym pęknięcia belki, należy zminimalizować $\sigma(t)$, czyli również $x_A(t) = x(t)$, bo z wytrzymałości materiałów można wyprowadzić prostą relację między ugięciem w p. A, x_A a naprężeniem $\sigma(t)$ w p. 1°, typu $\sigma(t) = a x(t)$ bądź $\sigma = bv$. Tak więc minimalizując drgania $x(t)$ będziemy minimalizować tym samym $\sigma(t)$.

Idąc dalej do określenia parametrów modelu możemy powiedzieć, że masa belki suwnicowej jest co najmniej kilka razy mniejsza od masy nosiwa, $m_b < m_n$, co więcej masa belki jest rozłożona, zaś nosiwa prawie punktowa. Tak więc do dalszych rozważań przyjmujemy w przybliżeniu jako masę modelu masę nosiwa. Ponadto rozpatrując ugięcie dynamiczne belki jako ruch podstawowy można powiedzieć, że sztywność liny bądź łańcucha, na którym podwieszona jest nosiwo, nie wnosi istotnego wkładu do ruchu p. (A), gdyż sztywność ta jest znacznie większa od sztywności belki na zginanie, czyli $k_{belki} \ll k_{liny}$. Stąd w naszym modelu w pierwszym rzędzie należy uwzględnić sztywność giętą belki zredukowaną do p.A. Wreszcie dyssypacja energii zachodzi w całym ustroju suwnicy, w mechanizmie jezdnym, belce, linie, a zwłaszcza w łańcuchu. Nie znając szczegółów

konstrukcyjnych trudno powiedzieć, gdzie dyssypacja jest większa, jednak w odróżnieniu od mas i sztywności, które można określić obliczeniowo, ilościowe określenie dyssypacji możliwe jest tylko w wyniku eksperymentu. Co można tu jedynie zrobić teoretycznie, to przyjąć liniowy model dyssypacji, że siła oporu niesprężystego jest proporcjonalna do prędkości ruchu, $F_d = c \dot{x}$ ze współczynnikiem siły oporu, c . Założenie to będziemy uwzględniali we wszystkich naszych rozważaniach.

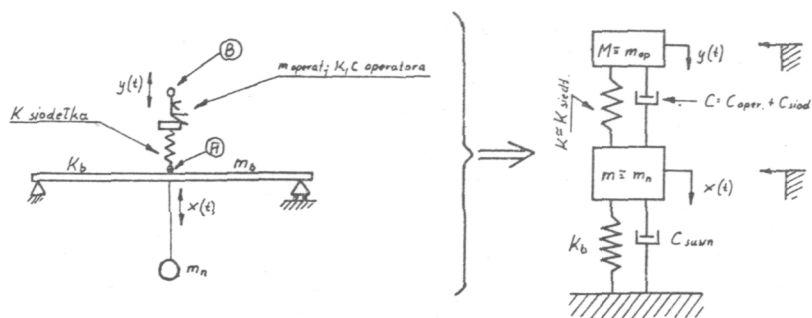
Przedstawiony wyżej ciąg rozumowania prowadzący do modelu suwnicy przedstawiono na rysunku 2.2, gdzie jak widać uzyskaliśmy elementarny układ drganiowy o jednym stopniu swobody (JSS).



Rys.2.2. Ilustracja upraszczających założeń i rozumowanie prowadzące do modelu suwnicy w 1^o wariantcie analizy dynamicznej, $\sigma > \sigma_{dop}$ (patrz rys. 2.1)

Weźmy obecnie pod uwagę drugi argument do analizy dynamicznej suwnicy, czyli przekroczenie drgań na siedzisku operatora, dopuszczalnych ze względu na wydajność pracy $v > v_{dop}$ lub wg ISO $a > a_{dop}$. Proporcjonalność amplitudy punktu redukcji (A) do amplitudy prędkości v lub przyspieszeń a podstawy siedziska jest tu oczywista, gdyż jest to prawie ten sam punkt. Natomiast od tego punktu (A) do głowy operatora (B) będącej przedmiotem naszych zabiegów przy spadku wydajności pracy (przy zagrożeniu zdrowia punktem tym może być np. żołądek, wątroba, itp.) mamy sztywność i tłumienie siedziska operatora oraz masę korpusu operatora z jego sztywnością i tłumieniem.

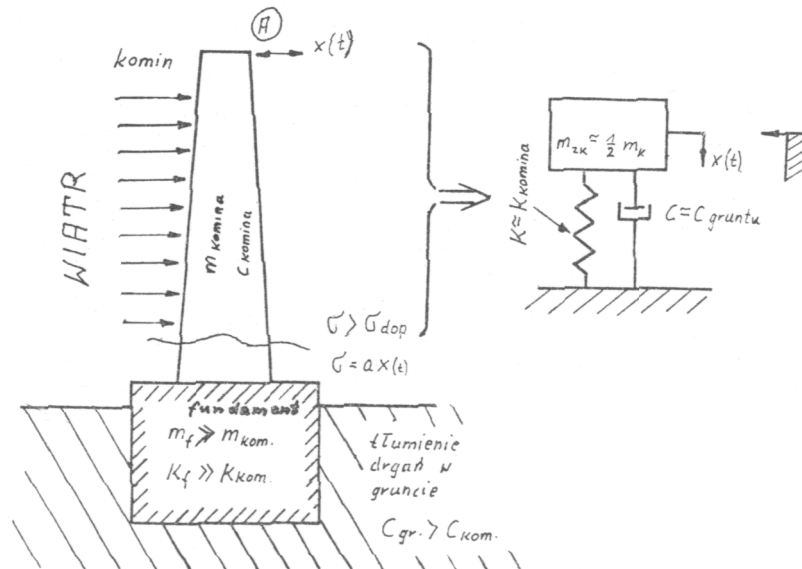
Jeśli przyjmiemy teraz założenie, że ruch operatora mało wpływa na ruch suwnicy (lecz nie odwrotnie), to model obiektu operatora na suwnicy może być prostym złożeniem dwu modeli elementarnych, suwnicy jak na rysunku 2.2 oraz operatora na siedzisku tak jak na rysunku 2.3.



Rys.2.3. Ilustracja modelowania suwnicy z operatorem dla wariantu 2^o z rys. ..1

Weźmy jeszcze pod uwagę jeden obiekt mechaniczny np. wysoki komin fabryczny, gdzie wszystkie własności mechaniczne są rozłożone, a powodem analizy dynamicznej jest pękanie przy podstawie z tytułu zbyt dużych drgań komina pod wpływem wiatru. Przyjmując punkt redukcji własności A na szczycie komina mamy duże amplitudy drgań i można tu wprowadzić prostą relację $\sigma = a x$, bądź $\sigma = b v$.

Nie da się jednak w prosty sposób powiedzieć, ile wynosi masa zredukowana komina m_{kz} . Zagadnieniem tym zajmiemy się w ostatnim rozdziale studiując metody redukcji i obliczenia



Rys.2.4. Modelowanie kominą pękającego na skutek drgań wzbudzanych wiatrem

parametrów zastępczych. Tutaj jedynie warto wskazać, że obiekt typu belka wspornikowa, a więc i komin, daje oszacowanie masy zastępczej równej połowie masy komina (belki),

$$m_{kz} = \frac{1}{2} m_k$$

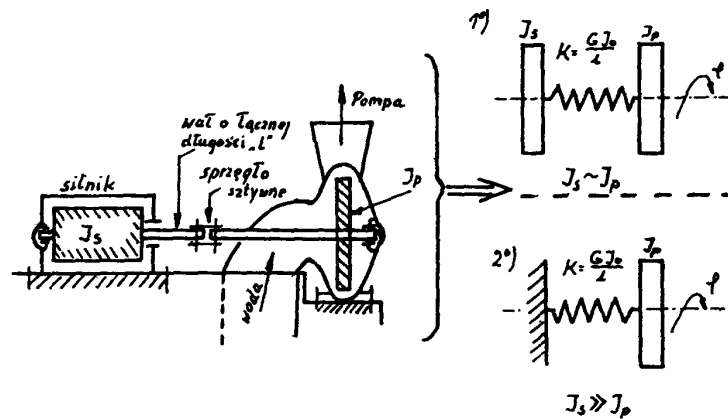
Jak już wyniknęło z poprzedniego przykładu sztywność (sprężystość) modelu łatwo obliczyć rozpatrując sztywność na zginanie komina w punkcie redukcji (A) ze znanych wzorów z wytrzymałości materiałów. Dla ścisłości modelowania należałoby tu dodać jeszcze założenia o wpływie otoczenia, które tu może być istotne. Mianowicie pomijamy wpływ ruchu komina na opływ powietrza wokół niego oraz zakładamy, że sztywność i masa fundamentu komina jest bardzo duża i jego ruchy są małe dając jedynie wymierne tłumienie drgań w gruncie bez potrzeby uwzględniania jego ruchu. Zaprezentowane wyżej rozumowanie prowadzące do modelu drganiowego komina przedstawiono na rysunku 2.4.

Jako podsumowanie naszych rozważań o modelowaniu warto zebrać ogólne reguły tu stosowane z komentatorem skutków, jakie daje ich zastosowanie; ujmuje to tabela 2.1 przytoczona w ślad za [12] z niewielkimi zmianami.

Reguły stosowane w modelowaniu obiektów mechanicznych [12]

Przybliżenie fizyczne	Uproszczenie modelu matematycznego
- Pomijanie małych wpływów (np. wpływ układu na otoczenie).	Zmniejsza liczbę i złożoność równań różniczkowych.
- Zastąpienie własności rozciągliwych przez skupione.	Prowadzi do równań różniczkowych zwyczajnych zamiast cząstkowych.
- Przyjęcie liniowych modeli sił.	Daje liniowe równania różniczkowe.
- Założenie stałości parametrów.	Daje równania różniczkowe o stałych współczynnikach.
- Pomijanie niezdeterminowanych zakłóceń, niepewnych parametrów.	Daje równania różniczkowe zdeterminowane zamiast przypadkowych.
Σ założeń	Daje: model dyskretny liniowy, o kilku stopniach swobody, stacjonarny, zdeterminowany.

Przykład. Silnik elektryczny napędza poprzez sztywne sprzęgło pompę wirową. Zakładając, że masowe momenty bezwładności wirnika silnika I_S oraz wirnika pompy I_p spełniają relację: 1° $I_S \sim I_p$; 2° $I_S \gg I_p$, przedstawić odpowiednie modele agregatu pompowego. Tłumienia nie uwzględniać. Rozwiązanie zadania przedstawiono na rysunku 2.5 w postaci dwu modeli o JSS drgających skrotnie wokół średniego ruchu obrotowego.



Rys.2.5. Agregat pompowy z alternatywnymi modelami dynamicznymi drgań skrętnych

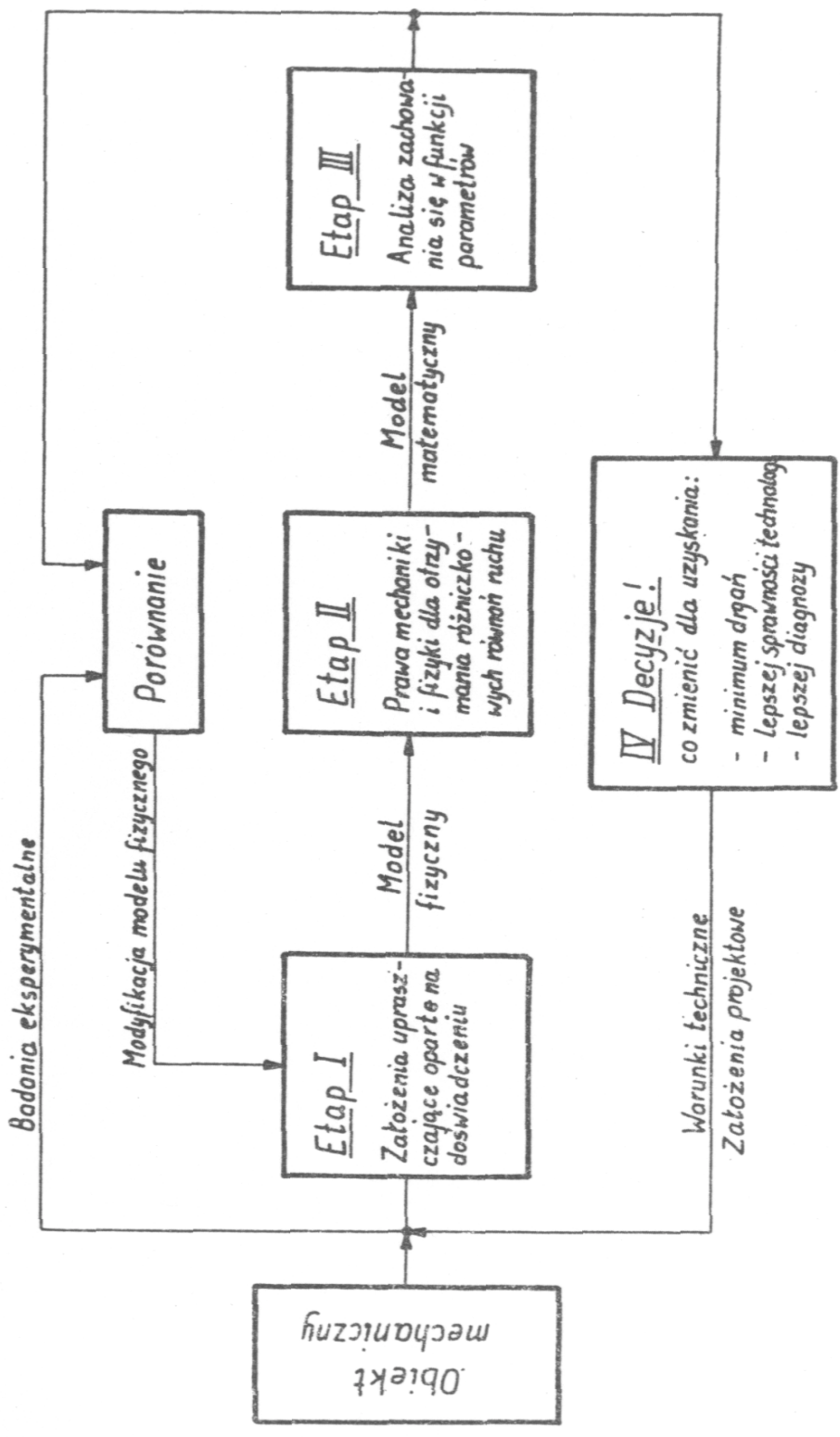
2.2. DALSZE ETAPY ANALIZY DYNAMICZNEJ

Uzyskanie modelu fizycznego obiektu jest pierwszym krokiem jego analizy dynamicznej. Następnym krokiem jest zastosowanie praw mechaniki, a w ogólności fizyki, do uzyskania równań różniczkowych ruchu. Analiza rozwiązań tych równań w funkcji parametrów modelu da nam dopiero znajomość własności dynamicznych modelu, a dalej pozwoli spełnić cel analizy dynamicznej, czyli da odpowiedź na pytanie, co zmienić by: zmniejszyć drgania, zwiększyć efektywność przetwarzania drgań na pracę użyteczną oraz uzyskać większy zasób informacji z drgań.

Wnioski wyciągnięte z analizy zachowania się modelu nie muszą być prawdziwe dla obiektu. Stąd też tam, gdzie to jest możliwe, konfrontujemy wyniki eksperymentu wykonanego na obiekcie z zachowaniem się modelu. W przypadku istotnych różnic zmieniamy tak dalece model, by otrzymać zgodne zachowanie się modelu i obiektu.

Zarysowaną tu całość przedsięwzięć analizy dynamicznej obiektów mechanicznych przedstawiono w postaci diagramu na rysunku 2.6 [12].

Jak widać z rysunku pełen zakres analizy dynamicznej jest bardzo szeroki i możliwy jedynie do przeprowadzenia we współpracy z laboratorium badawczym. Stąd też dla pełnej analizy niezbędna jest również pewna wiedza i umiejętność prowadzenia eksperymentu.



Rys.2.6. Etapy pełnej analizy dynamicznej obiektów mechanicznych