



Ćwiczenie nr 4

Dynamika układu o dwóch stopniach swobody

Cel ćwiczenia:

1. Poznanie metod praktycznego modelowania układów dynamicznych,
2. Wyznaczenie częstości własnych układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody
3. Zapoznanie się z eksperymentalnymi metodami badania układów mechanicznych

Wyposażenie stanowiska:

1. Model układu dynamicznego - dwa wahadła fizyczne połączone sprężynami,
2. Przetworniki drgań,
3. Układy rejestracji i analizy sygnału drganiowego

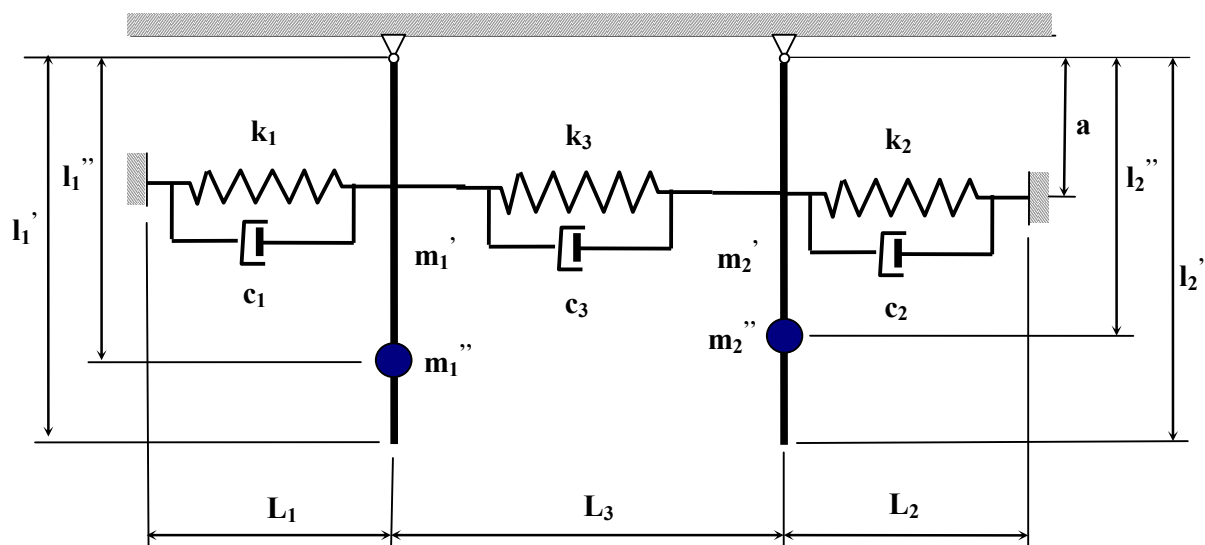
Literatura:

1. J. Leyko: Mechanika ogólna t.II, PWN Warszawa.
2. J. Misiak, Mechanika ogólna. Tom II Dynamika, WNT Warszawa.
3. C. Cempel, Drgania mechaniczne. Wprowadzenie, Wydawnictwo PP, Poznań.
4. Z. Osiński, Teoria drgań, PWN, Warszawa

Zagadnienia kontrolne:

1. Metody budowania dynamicznych równań ruchu.
2. Drgania swobodne układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody.
3. Dokładne równanie ruchu wahadła fizycznego.
4. Dynamiczny eliminator drgań jako przykład układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody.

Przebieg ćwiczenia:



Rys.1. Model fizyczny badanego układu dynamicznego

Obiekt składa się z dwóch wahadeł fizycznych – dwa jednorodne pręty o masach $m'_1 = 0,2742\text{kg}$ i $m'_2 = 0,2736\text{kg}$ i długościach l'_1 i l'_2 ze skupionymi masami odpowiednio $m''_1 = 0,3325\text{kg}$ i $m''_2 = 0,337\text{kg}$ umieszczonymi w położeniach l''_1 i l''_2 połączone sprężynami o sztywnościach k_1 , k_2 i k_3 mocowanych w odległości a od osi obrotu.

Odległość punktu zaczepienia sprężyn od osi obrotu (od ostrza przyzmatu) wynosi $a=0,172\text{m}$.

Obliczyć teoretyczne momenty bezwładności $J_{ii} = \frac{1}{3}m'_i l'^2_i + m''_i l''^2_i$

Kolejne kroki realizacji ćwiczenia:

1. Zmierzyć wszystkie wielkości geometryczne badanego układu zgodnie z rys. 1. Przyjąć określone położenie obciążników wahadeł. *(Należy pamiętać aby czujniki drgań umiejscowione były w płaszczyznach wahanía wahadeł!).*

Obliczyć teoretyczne momenty bezwładności wahadeł

2. Odłączyć sprężyny i zarejestrować na oscyloskopie RIGOL przebiegi drgań swobodnych obu wahadeł. *(Zapis wszystkich przebiegów czasowych w wykonywanym ćwiczeniu na PenDrive dostępnym w laboratorium lub własnym, który współpracuje z oscyloskopem).*

Wyliczyć doświadczalne momenty bezwładności $J_{di} = \frac{m_i g s_i T_{0di}^2}{4\pi^2}$, gdzie $m_i = m'_i + m''_i$, T_{0di} - średni doświadczalny okres wahań wahadła, i porównać je z teoretycznymi wartościami J_{ii} .

3. Zmierzyć sztywności wymontowanych z układu trzech sprężyn k_i , gdzie $i=1,2,3$ (k_1 , k_2 i k_3) za pomocą dynamometru i miary. Jeden koniec sprężyny zamocować nieruchomo, a do drugiego końca sprężyny zahaczyć dynamometr. Sztywności należy wyznaczyć dla zadanych trzech sił F_n [N], gdzie $n=1,2,3$. Należy zmierzyć przyrost wydłużenia każdej sprężyny Δl_{in} [m] dla zadanej siły F_n [N]. Sztywność k_{in} każdej ze sprężyn dla zadanej siły F_n [N] określimy ze wzoru:

$$k_{in} = \frac{F_n}{\Delta l_{in}}, \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

Następnie należy wyznaczyć uśrednioną wartość sztywności każdej sprężyny k_i dla zadanych trzech sił F_n [N], jak we wzorze:

$$k_i = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^3 k_{in}, \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

4. Zamocować sprężyny i zarejestrować drgania swobodne każdego z wahadeł przy unieruchomionym drugim wahadle. Będą to pomiary drgań układów n_1 i n_2 . Do unieruchomienia wahadeł służy specjalny przyrząd mocowany w dolnej części ramy układu składający się z uchwytu na wahadło, śruby oraz dwóch nakrętek okrągłych.
5. Patrząc na tarcze z naniesionymi na nich kątami dla zadanych warunków początkowych pierwszego wahadła:

$$t = 0, \varphi_1 = \varphi_0, \varphi_2 = 0, \text{przykładowo } \varphi_0 = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$$

wyznaczyć maksymalne wychylenie drugiego wahadła φ_{2max} .

Powtórzyć procedurę zakładając te same kąty początkowe φ_0 dla drugiego wahadła:

$$t = 0, \quad \varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = \varphi_0$$

wyznaczyć maksymalne wychylenie pierwszego wahadła φ_{1max} .

Na podstawie uzyskanych danych φ_{1max} i φ_{2max} należy wyliczyć doświadczalne (*d*) współczynniki podziału obu wahadeł ze wzorów:

$$\alpha_{d1} = \frac{\varphi_0 \pm \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi_{1max} \varphi_{2max}}}{\varphi_{1max}}, \quad \alpha_{d2} = \frac{-\varphi_0 \pm \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi_{1max} \varphi_{2max}}}{\varphi_{1max}}$$

6. Dla zadanych warunków początkowych:

$$t = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_0, \quad \varphi_2 = \alpha_{d1} \varphi_0 \quad \text{ i } \quad t = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_0, \quad \varphi_2 = \alpha_{d2} \varphi_0$$

zarejestrować sygnały wychyleń obu wahadeł, na podstawie których wyznaczone będą wartości częstości drgań własnych $\omega_{di} = \frac{2\pi}{T_{di}}$ całego układu.

Sprawdzić czy wartości współczynników zostały prawidłowo obliczone dla każdego kąta początkowego φ_0 . Wahadła powinny wahać się bez przesunięcia fazowego dla dodatniego α_{di} oraz z przesunięciem fazowym 180° dla ujemnego α_{di} .

UWAGA: W sprawozdaniu należy zawrzeć obliczenia, analizę i porównania wszystkich wyznaczanych parametrów układu (teoretycznych i praktycznych) zgodnie z podaną pełną instrukcją. Na zajęciach zajmujemy się tylko doświadczalną częścią ćwiczenia.