



## LABORATORIUM DYNAMIKI MASZYN

Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania

Instytut Mechaniki Stosowanej

Zakład Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów



### Ćwiczenie nr 3

## DYNAMICZNA ELIMINACJA DRGAŃ MECHANICZNYCH

### Cel ćwiczenia:

- Minimalizacja drgań maszyny wirnikowej (silnika elektrycznego) poprzez zastosowanie dynamicznego eliminatora drgań; "strojenie" układu drgającego o jednym stopniu swobody (eliminatora) na żadaną częstotliwość.
- Poznanie podstaw teorii eliminacji drgań.
- Poznanie własności układu drgającego o dwóch stopniach swobody.

### Wyposażenie stanowiska:

1. Model maszyny wirnikowej: silnik elektryczny posadowiony na wibroizolatorach (sprężyny) z dołączonymi eliminatorami drgań.
2. Przyrządy i aparatura: suwmiarka, lampa stroboskopowa, piezoelektryczny przetwornik przyspieszeń drgań, miernik drgań, nanowoltomierz selektywny (woltomierz z filtrami środkowo-przepustowymi).

### Literatura:

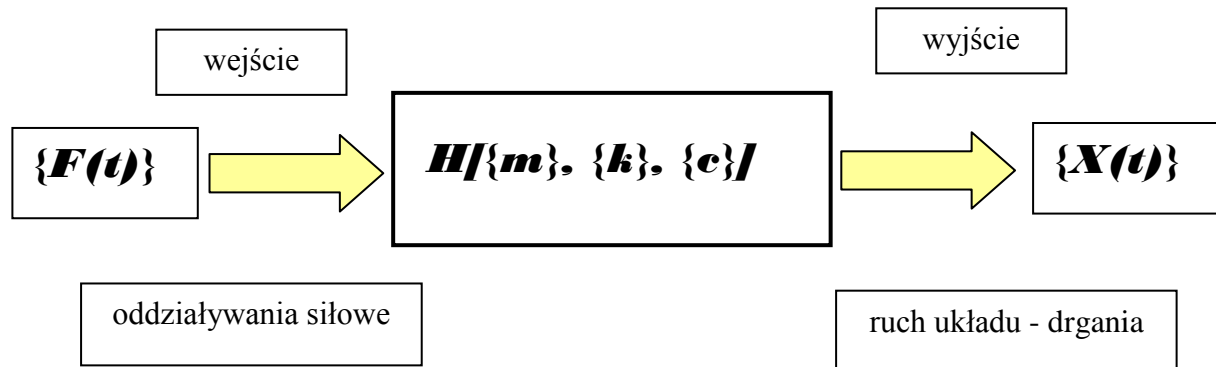
1. Den Hartog: Drgania mechaniczne, PWN, Warszawa 1971; Rozdz. 3.2. Nietłumiony dynamiczny eliminator drgań; Rozdz. 3.3. Tłumiony dynamiczny eliminator drgań.
2. C. Cempel: Drgania mechaniczne. Wprowadzenie, skrypt PP Nr 1060 1982; Rozdz. 4.4. Redukcja drgań, wibroizolacja; Rozdz. 5.4. Eliminacja i izolacja drgań.
3. Z. Osiński: Tłumienie drgań mechanicznych, PWN, Warszawa 1979; Rozdz. 6. Sztuczne tłumienie drgań.

### Zagadnienia kontrolne:

1. Czynna i bierna eliminacja drgań.
2. Klasyfikacja biernych eliminatorów drgań.
3. Istota działania dynamicznego eliminatora drgań.
4. Dynamiczny eliminator drgań jako eliminator rezonansowy. Optymalna eliminacja drgań.
5. Określić różnice pojęciowe między wibroizolacją i eliminacją drgań.
6. Wpływ tłumienia na drgania swobodne układu o jednym stopniu swobody.

# 1. METODY OBNIŻANIA ODDZIAŁYWAŃ DYNAMICZNYCH – PODSTAWY TEORETYCZNE

Praca maszyn i urządzeń, oprócz realizowania właściwych im procesów technologicznych, jest źródłem obciążeń dynamicznych. Jak wiadomo z mechaniki, nierównoważone, często zmienne w czasie, siły są źródłem dodatkowych procesów – w tym przypadku drgań. Są to procesy zbędne a nawet „szkodliwe” dla samych maszyn jak i dla ludzi. Stąd też powstaje potrzeba ich minimalizacji. Ideę minimalizacji drgań mechanicznych można przedstawić przyjmując, że rozpatrywany obiekt mechaniczny, którego drgania minimalizujemy, stanowi dwójnik (obiekt cybernetyczny z jednym wejściem i jednym wyjściem) jak to pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Ogólny model generacji drgań

Stąd też można stwierdzić, że drgania rozpatrywanego układu mechanicznego zależą od:

- zewnętrznych oddziaływań siłowych  $\{F(t)\}$ ,
- własności mechanicznych – masowych  $\{m\}$ , sprężystych  $\{k\}$ , i stratnych  $\{c\}$  obiektu  $H[\{m\}, \{k\}, \{c\}]$ , co ogólnie da się zapisać następująco:

$$\{X(t)\} = \mathcal{F}\langle \{F(t)\}, H[\{m\}, \{k\}, \{c\}] \rangle \quad (1)$$

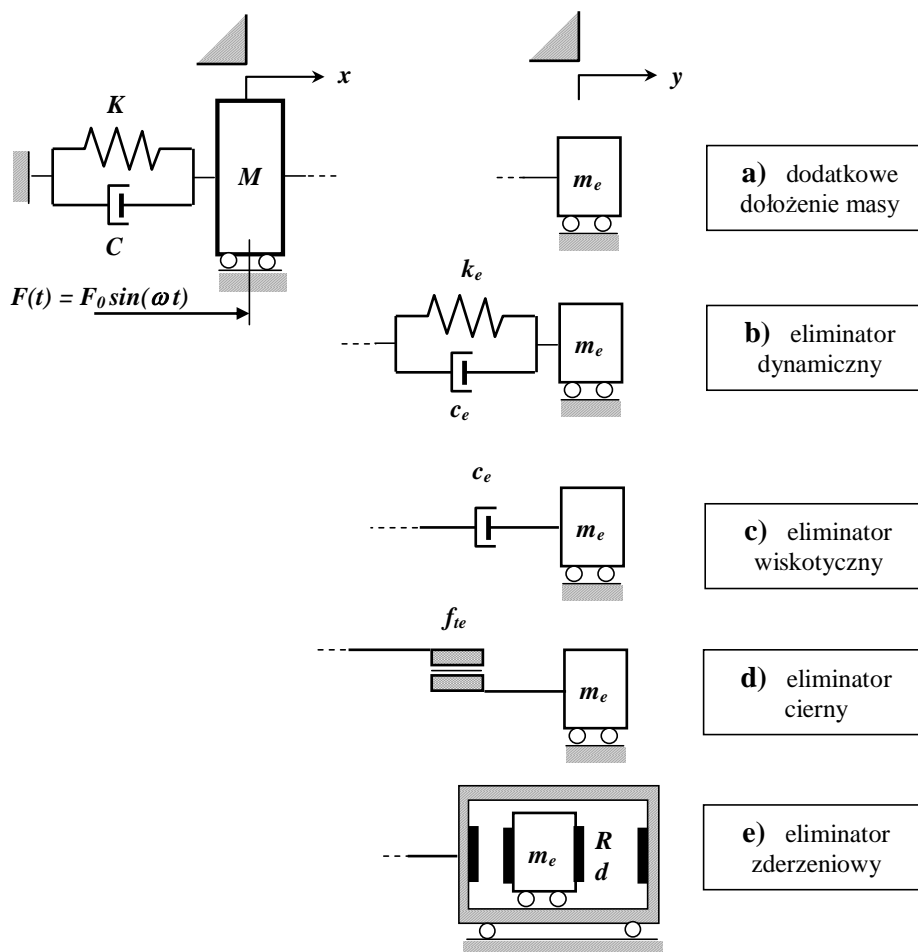
Stąd metody minimalizacji drgań można podzielić na dwie zasadnicze grupy:

- metodę bezpośrednią – polegającą na szeroko rozumianej zmianie wymuszeń w dziedzinie amplitud i częstotliwości – zmiana  $\{F(t)\}$  – w laboratorium jest ona ilustrowana w ćwiczeniu 4,
- metody pośrednie polegające na zmianie własności dynamicznych układu mechanicznego – zmiana  $H[\{m\}, \{k\}, \{c\}]$ ; możemy tu dokonać podziału na trzy podstawowe grupy:
  - zmiana wartości parametrów dynamicznych układu bez zmiany jego struktury; w laboratorium badamy wyznaczanie zastępczych parametrów dynamicznych prostej belki z masą skupioną – ćwiczenie 3,
  - wibroizolacja polegająca za wprowadzeniu zmiany struktury układu - przerwanie struktury przez wprowadzenie dodatkowego układu mechanicznego pomiędzy obiekt a podłoże – w laboratorium prowadzimy badania własności wibroizolacyjnych materiałów – ćwiczenie 2,
  - eliminacja drgań polegająca na dołączeniu do badanego obiektu dodatkowego układu mechanicznego – ta metoda minimalizacji drgań jest przedmiotem badań w tym ćwiczeniu.

## 2. DYNAMICZNY ELIMINATOR DRGAŃ

Eliminator drgań jest dodatkowym układem mechanicznym dołączonym do układu, którego drgania chcemy zmniejszyć. W zależności od rodzaju sprzężenia obu podukładów możemy wyróżnić rodzaje eliminatorów drgań (proste modele fizyczne pokazano na rysunku 2):

- sztywne połączenie – zmiana masy układu chronionego,
- połączenie sprężysto – dyssypatywne - eliminator dynamiczny,
- połączenie dyssypatywne – eliminator wiskotyczny Newtona,
- połączenie cierne – eliminator cierny Lanchaster'a,
- połączenia krótkotrwałe - zderzenia – eliminator uderzeniowy.



Rys. 2. Modele eliminatorów drgań; a) dodatkowe dołożenie masy  $y(t) = x(t)$ ,  
 b) eliminator dynamiczny - siła wzajemnego oddziaływania  $F_{Mm_e} = c_e(\dot{x} - \dot{y}) + k_e(x - y)$ ,

c) eliminator wiskotyczny - siła wzajemnego oddziaływania  $F_{Mm_e} = c_e(\dot{x} - \dot{y})$ ,

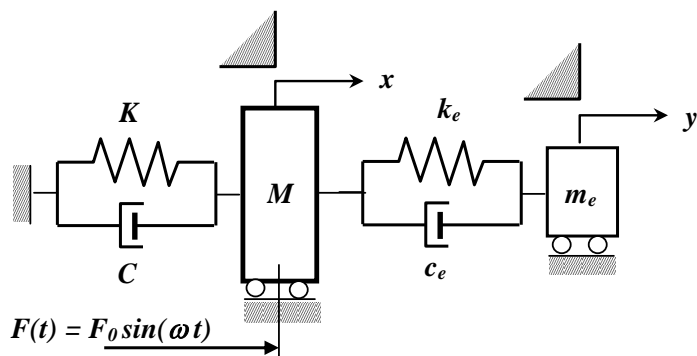
d) eliminator cierny - siła wzajemnego oddziaływania  $F_{Mm_e} = f_{ie} \text{sign}(\dot{x} - \dot{y})$ ,

e) eliminator zderzeniowy - siła wzajemnego oddziaływania

$$F_{Mm_e} = (I + R) \frac{Mm_e}{M + m_e} (\dot{x} - \dot{y}) \dot{x} - \dot{y} [\delta(x - y - d) + \delta(x - y + d)],$$

gdzie  $d$  jest luzem w układzie a  $\delta(z)$  jest pseudofunkcją Dirac'a

Rozpatrzmy dynamikę układu chronionego  $\{M, K, C\}$ , którego przyczyną ruchu jest siła harmoniczna  $F_0 \sin(\omega t)$  z eliminatorem dynamicznym  $\{m_e, k_e, c_e\}$  przedstawionego schematycznie na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat układu chronionego z dynamicznym eliminatorem drgań

Równania ruchu układu przedstawiają zależności (2):

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx + c_e(\dot{x} - \dot{y}) + k_e(x - y) &= F_0 \sin(\omega t), \\ m_e\ddot{y} - c_e(\dot{x} - \dot{y}) - k_e(x - y) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

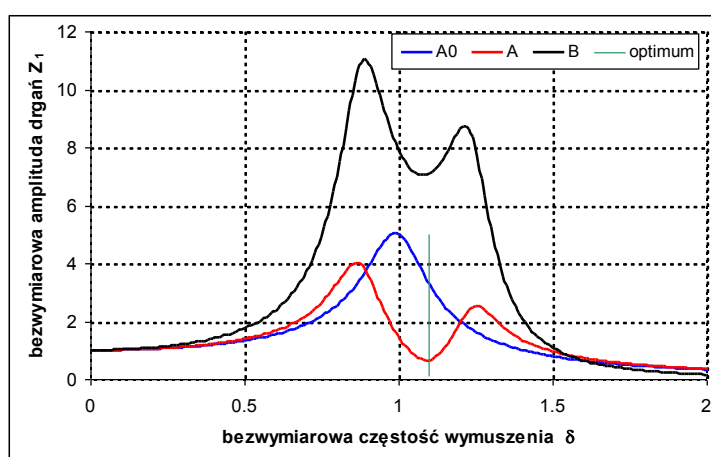
Rozwiązanie układu równań (2) możemy zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} x &= A \sin(\omega t - \alpha), \\ y &= B \sin(\omega t - \beta), \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie amplitudy  $A$  i  $B$  oraz przesunięcia fazowe  $\alpha$  i  $\beta$  od parametrów dynamicznych układu i parametrów wymuszenia:

$$\begin{aligned} A &= A(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega), \quad B = B(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega), \\ \alpha &= \alpha(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega), \quad \beta = \beta(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega) \end{aligned}$$

Przykładowo przebiegi amplitud drgań: układu chronionego bez eliminatora  $A_0$ , układu chronionego z eliminatorem  $A$  oraz eliminatora drgań  $B$  dla wybranych parametrów układu i wymuszenia pokazano na rysunku 4.



Rys. 4 Przebieg amplitud drgań analizowanego układu

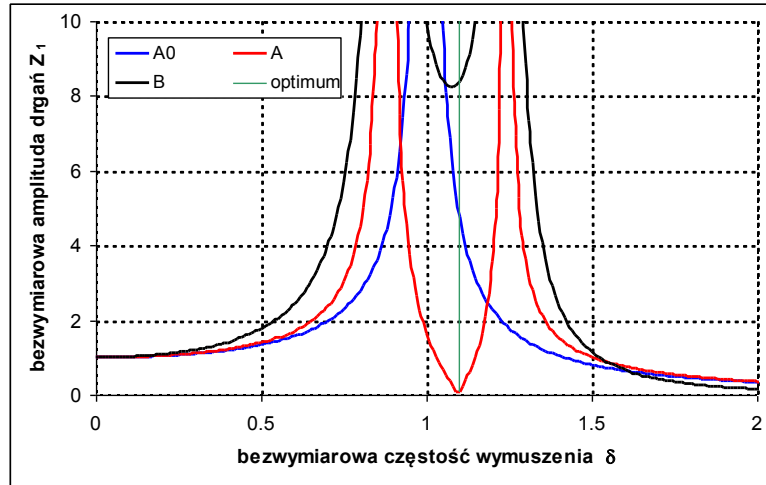
$$F_1 = F_0/Mg = 1, \quad \xi = C/2\sqrt{KM} = 0.1, \quad \mu = m_e/M = 0.1, \quad \varepsilon = k_e/K = 0.12, \quad \gamma = c_e/C = 0.05$$

$$Z_1 = Z/(Mg/K), \quad Z = \{A_0, A, B\}, \quad \delta = \omega/\omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{K/M}$$

Dla małych tłumień w układzie  $c_e = C \approx 0$  amplitudy drgań  $A_0$ ,  $A$  i  $B$  można zapisać:

$$\begin{aligned}
 A_0 &= F_0 \frac{1}{|K - M\omega^2|} \\
 A &= F_0 \left| \frac{(k_e - m_e\omega^2)}{(K + k_e - M\omega^2)(k_e - m_e\omega^2) - k_e^2} \right| \\
 B &= F_0 \left| \frac{k_e}{(K + k_e - M\omega^2)(k_e - m_e\omega^2) - k_e^2} \right|
 \end{aligned} \tag{4}$$

co graficznie, dla przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5 Przebieg amplitud drgań analizowanego układu dla małych tłumień  $F_1 = F_0/Mg = 1$ ,  $C = c_e \approx 0$ ,  $\mu = m_e/M = 0.1$ ,  $\varepsilon = k_e/K = 0.12$ ,

Z postaci rozwiązań (4), zilustrowanych na rysunku 5, wynika, że w przypadku gdy:

$$\omega^2 = \frac{k_e}{m_e} \Rightarrow \delta^2 = \frac{\varepsilon}{\mu} \tag{5}$$

amplituda drgań  $A$  masy chronionej  $M$  będzie miała wartość zerową (krzywa czerwona). Warto przy tym zauważyć, że amplituda drgań masy  $m_e$  ma wtedy wartość:

$$B = \frac{F_0}{k_e} \tag{6}$$

**Warunek (5) jest warunkiem dynamicznej eliminacji drgań za pomocą dołączonego dodatkowego układu mechanicznego – eliminatora dynamicznego.**

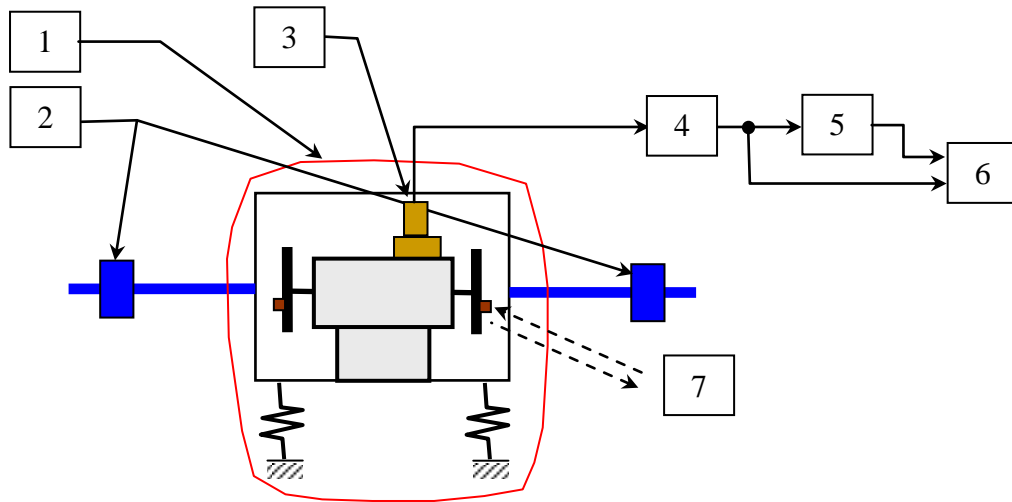
**Zależność (6) pokazuje, że w warunkach eliminacji drgań układ dołączony nie znajduje się w stanie drgań rezonansowych.**

Porównując przebiegi amplitud drgań masy  $M$  z eliminatorem przedstawione na rysunkach 4 i 5 łatwo zauważyć, że dla tłumień różnych od zera,  $C \neq 0$  i  $c_e \neq 0$  amplituda  $A$  osiąga minimum dla  $\omega^2 \approx k_e/m_e$ . Stąd przy założeniu, że masa eliminatora drgań  $m_e$  jest stała i powinna być znacznie mniejsza od masy układu głównego  $m_e \leq 0.1M$ , możemy wyznaczyć optymalną sztywność eliminatora  $k_e$ . Tłumienie eliminatora dobieramy zgodnie z zasadą podaną w [1].

### 3. STANOWISKO BADAWCZE

Stanowisko badawcze składa się z dwóch części:

- badanego obiektu – silnik elektryczny z dwoma niewyważonymi statycznie tarczami (1), którego drgania eliminujemy za pomocą eliminatorów dynamicznych, składających się z dwóch jednostronnie utwierdzonych belek z dodatkowymi masami (2),
- układu pomiarowego przedstawionego i opisanego na rysunku 6



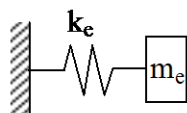
Rys. 6. Schemat stanowiska badawczego;  
1 – obiekt, którego drgania eliminujemy,  
2 – dynamiczne eliminatory drgań,  
3 – piezoelektryczny przetwornik drgań,  
4 – wzmacniacz pomiarowy,  
5 – filtr środkowoprzepustowy,  
6 – oscyloskop,  
7 – stroboskop.

### 4. PRZEBIEG ĆWICZENIA:

- A) Narysować schemat blokowy stanowiska badawczego – może być on różny od przedstawionego wyżej – sprawdzić.
- B) Wyznaczyć częstotliwość obrotów maszyny (silnika elektrycznego):
  - z tabliczki znamionowej na silniku odczytać liczbę obrotów i traktując tą wartość jako przybliżoną dokonać stroboskopem pomiaru liczby obrotów maszyny,
  - pomiar liczby obrotów sprawdzić odpowiednim ustawieniem częstotliwości środkowej filtra środkowo-przepustowego.
- C) Obliczyć, korzystając z modeli eliminatora drgań pokazanego na rysunku 7, długość teoretyczną elementów sprężystych eliminatora i dobrać analitycznie jego parametry do uprzednio zmierzonej częstotliwości obrotów maszyny.
- D) Dokonać pomiaru przyspieszeń drgań korpusu maszyny bez mas eliminatorów: bez filtracji i z zastosowaną filtracją środkowo przepustową sygnału drgań ( $f_{sr} = f_{obr}$ ). Wyniki pomiarów zapisać w tablicy pomiarowej – poz. 1.

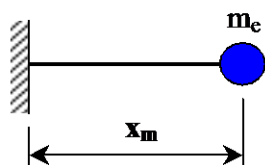
D) Po założeniu mas eliminatorów, dla minimalnej długości (zablokować masy na elementach sprężystych eliminatorów) dokonać pomiaru przyspieszeń drgań korpusu maszyny bez filtracji i z zastosowaną filtracją środkowo przepustową sygnału drgań. W tablicy pomiarowej – poz. 2.

a)



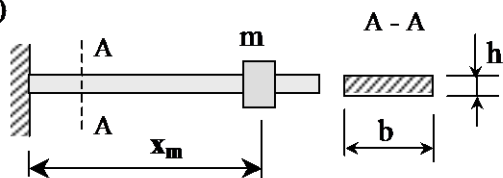
$$f_{0e} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_e}}$$

b)



$$k_e = \frac{3EI}{x_m^3}, \quad f_{0e} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_e}}$$

c)



$$k_e = \frac{3EI}{x_m^3}, \quad f_{0e} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_e}}, \quad m_e = m + 0.23\rho S x_m + \rho S(l - x_m), \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

Rys. 7. Modele dynamicznego eliminatora drgań;

a) – model dyskretny, b) – prosty model ciągły, c) – układ rzeczywisty

- F) Przeprowadzić pomiary drgań dla kolejnych długości elementów sprężystych eliminatorów, rozpoczynając od 15 mm, do pierwszego wzrostu wartości przyspieszenia – poz. 3 w tablicy pomiarowej.
- G) Określić czynną długość eliminatora, przy której amplituda drgań obudowy silnika jest najmniejsza.
- H) Porównać wyznaczoną eksperymentalnie czynną długość belki eliminatora z wartością wyznaczoną analitycznie i zastanowić się nad przyczynami różnic.

## 5. SPRAWOZDANIE Z PRZEBIEGU ĆWICZENIA:

W sprawozdaniu należy przedstawić:

- A). Opis przebiegu ćwiczenia.
- B). Ocenę praktycznej skuteczności eliminacji drgań dla zmierzonych wielkości fizycznych;
- C). Wykresy funkcji amplitud w zależności od długości czynnej eliminatora z zaznaczeniem optymalnej długości, oraz obliczonej teoretycznie,

**TABLICA POMIAROWA**

Opis sytuacji pomiarowej	Przyspieszenie $a$ (bez filtra)	Przyspieszenie $a$ (z filtrem środkowo- przepustowym o częstotliwości $f_{sr} = \dots\dots$ Hz)	Uwagi:
Jednostka	[m/s <sup>2</sup> ]	[m/s <sup>2</sup> ]	
1. Pomiar drgań maszyny bez mas eliminatorów - stan wyjściowy			
2. Pomiar drgań z masami eliminatorów dla minimalnej długości $l_e = \dots$ (obserwacja wpływu dołożenia do układu dodatkowej masy)			
3. Zmiana długości elementów sprężystych $l_e$ (co 2 mm)			
a) $l_e = 15$ mm - długość czynna elementów sprężystych.			
b)			
c)			
d)			
e)			
- aż do momentu pierwszego wzrostu amplitudy mierzonej wielkości.			