



LABORATORIUM DYNAMIKI MASZYN
Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania
Instytut Mechaniki Stosowanej
Zakład Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów



Ćwiczenie nr 2

DYNAMICZNA ELIMINACJA DRGAŃ MECHANICZNYCH

Cel ćwiczenia:

- Minimalizacja drgań maszyny wirnikowej (silnika elektrycznego) poprzez zastosowanie dynamicznego eliminatora drgań; "strojenie" układu drgającego o jednym stopniu swobody (eliminatora) na żadaną częstotliwość.
- Poznanie podstaw teorii eliminacji drgań.
- Poznanie własności układu drgającego o dwóch stopniach swobody.

Wyposażenie stanowiska:

1. Model maszyny wirnikowej: silnik elektryczny posadowiony na wibroizolatorach (sprężyny) z dołączonymi eliminatorami drgań.
2. Przyrządy i aparatura: suwmiarka, lampa stroboskopowa, piezoelektryczny przetwornik przyspieszeń drgań, miernik drgań, nanowoltomierz selektywny (woltomierz z filtrami środkowo-przepustowymi).

Literatura:

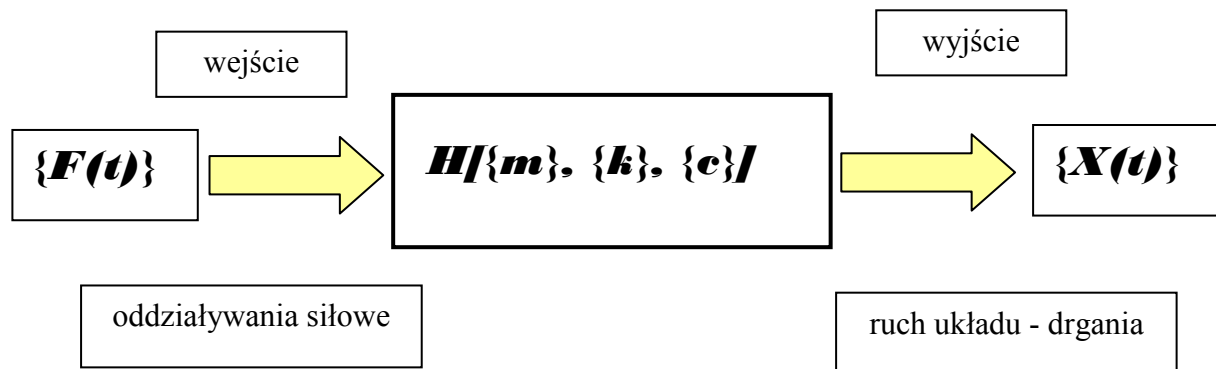
1. Den Hartog: Drgania mechaniczne, PWN, Warszawa 1971; Rozdz. 3.2. Nietłumiony dynamiczny eliminator drgań; Rozdz. 3.3. Tłumiony dynamiczny eliminator drgań.
2. C. Cempel: Drgania mechaniczne. Wprowadzenie, skrypt PP Nr 1060 1982; Rozdz. 4.4. Redukcja drgań, wibroizolacja; Rozdz. 5.4. Eliminacja i izolacja drgań.
3. Z. Osiński: Tłumienie drgań mechanicznych, PWN, Warszawa 1979; Rozdz. 6. Sztuczne tłumienie drgań.

Zagadnienia kontrolne:

1. Czynna i bierna eliminacja drgań.
2. Klasyfikacja biernych eliminatorów drgań.
3. Istota działania dynamicznego eliminatora drgań.
4. Dynamiczny eliminator drgań jako eliminator rezonansowy. Optymalna eliminacja drgań.
5. Określić różnice pojęciowe między wibroizolacją i eliminacją drgań.
6. Wpływ tłumienia na drgania swobodne układu o jednym stopniu swobody.

1. METODY OBNIŻANIA ODDZIAŁYWAŃ DYNAMICZNYCH – PODSTAWY TEORETYCZNE

Praca maszyn i urządzeń, oprócz realizowania właściwych im procesów technologicznych, jest źródłem obciążeń dynamicznych. Jak wiadomo z mechaniki, nierównoważone, często zmienne w czasie, siły są źródłem dodatkowych procesów – w tym przypadku drgań. Są to procesy zbędne a nawet „szkodliwe” dla samych maszyn jak i dla ludzi. Stąd też powstaje potrzeba ich minimalizacji. Ideę minimalizacji drgań mechanicznych można przedstawić przyjmując, że rozpatrywany obiekt mechaniczny, którego drgania minimalizujemy, stanowi dwójnik (obiekt cybernetyczny z jednym wejściem i jednym wyjściem) jak to pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Ogólny model generacji drgań

Stąd też można stwierdzić, że drgania rozpatrywanego układu mechanicznego zależą od:

- zewnętrznych oddziaływań siłowych $\{F(t)\}$,
- własności mechanicznych – masowych $\{m\}$, sprężystych $\{k\}$, i stratnych $\{c\}$ obiektu $H[\{m\}, \{k\}, \{c\}]$, co ogólnie da się zapisać następująco:

$$\{X(t)\} = \mathcal{F}(\{F(t)\}, H[\{m\}, \{k\}, \{c\}]) \quad (1)$$

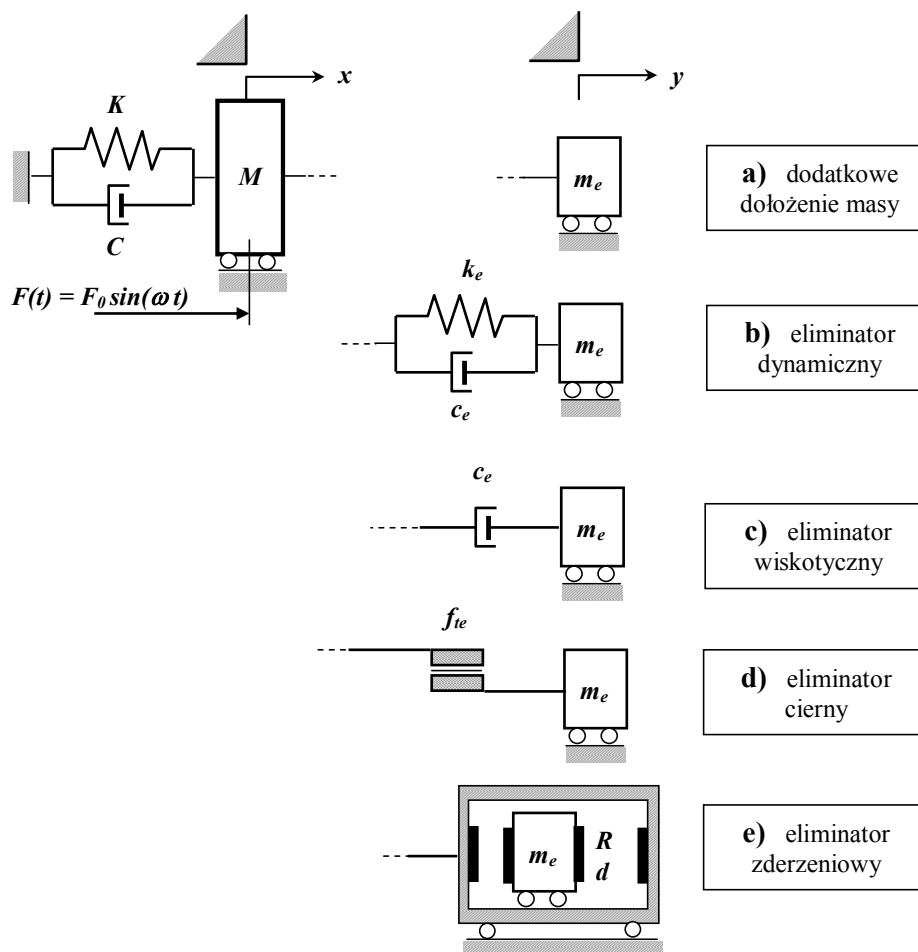
Stąd metody minimalizacji drgań można podzielić na dwie zasadnicze grupy:

- metodę bezpośrednią – polegającą na szeroko rozumianej zmianie wymuszeń w dziedzinie amplitud i częstotliwości – zmiana $\{F(t)\}$ – w laboratorium jest ona ilustrowana w ćwiczeniu 4,
- metody pośrednie polegające na zmianie własności dynamicznych układu mechanicznego – zmiana $H[\{m\}, \{k\}, \{c\}]$; możemy tu dokonać podziału na trzy podstawowe grupy:
 - zmiana wartości parametrów dynamicznych układu bez zmiany jego struktury; w laboratorium badamy wyznaczanie zastępczych parametrów dynamicznych prostej belki z masą skupioną – ćwiczenie 3,
 - wibroizolacja polegająca za wprowadzeniu zmiany struktury układu - przerwanie struktury przez wprowadzenie dodatkowego układu mechanicznego pomiędzy obiekt a podłoże – w laboratorium prowadzimy badania własności wibroizolacyjnych materiałów – ćwiczenie 2,
 - eliminacja drgań polegająca na dołączeniu do badanego obiektu dodatkowego układu mechanicznego – ta metoda minimalizacji drgań jest przedmiotem badań w tym ćwiczeniu.

2. DYNAMICZNY ELIMINATOR DRGAŃ

Eliminator drgań jest dodatkowym układem mechanicznym dołączonym do układu, którego drgania chcemy zmniejszyć. W zależności od rodzaju sprzężenia obu podukładów możemy wyróżnić rodzaje eliminatorów drgań (proste modele fizyczne pokazano na rysunku 2):

- sztywne połączenie – zmiana masy układu chronionego,
- połączenie sprężysto – dyssypatywne - eliminator dynamiczny,
- połączenie dyssypatywne – eliminator wiskotyczny Newtona,
- połączenie cierne – eliminator cierny Lanchaster'a,
- połączenia krótkotrwałe - zderzenia – eliminator uderzeniowy.



Rys. 2. Modele eliminatorów drgań; a) dodatkowe dołożenie masy $y(t) = x(t)$,

b) eliminator dynamiczny - siła wzajemnego oddziaływania $F_{Mm_e} = c_e(\dot{x} - \dot{y}) + k_e(x - y)$,

c) eliminator wiskotyczny - siła wzajemnego oddziaływania $F_{Mm_e} = c_e(\dot{x} - \dot{y})$,

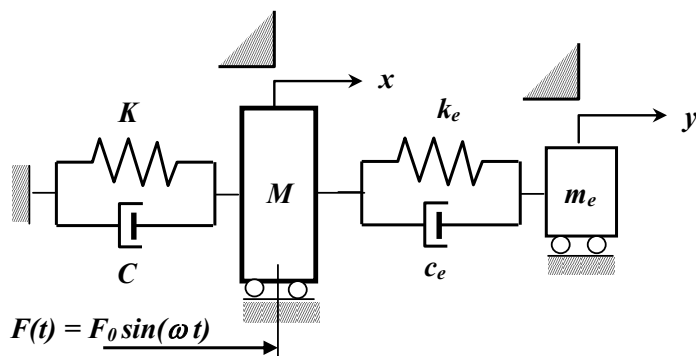
d) eliminator cierny - siła wzajemnego oddziaływania $F_{Mm_e} = f_{ie} \text{sign}(\dot{x} - \dot{y})$,

e) eliminator zderzeniowy - siła wzajemnego oddziaływania

$$F_{Mm_e} = (1 + R) \frac{Mm_e}{M + m_e} (\dot{x} - \dot{y}) \dot{x} - \dot{y} [\delta(x - y - d) + \delta(x - y + d)],$$

gdzie d jest luzem w układzie a $\delta(z)$ jest pseudofunkcją Dirac'a

Rozpatrzmy dynamikę układu chronionego $\{M, K, C\}$, którego przyczyną ruchu jest siła harmoniczna $F_0 \sin(\omega t)$ z eliminatorem dynamicznym $\{m_e, k_e, c_e\}$ przedstawionego schematycznie na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat układu chronionego z dynamicznym eliminatorem drgań

Równania ruchu układu przedstawiają zależności (2):

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx + c_e(\dot{x} - \dot{y}) + k_e(x - y) &= F_0 \sin(\omega t), \\ m_e\ddot{y} - c_e(\dot{x} - \dot{y}) - k_e(x - y) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

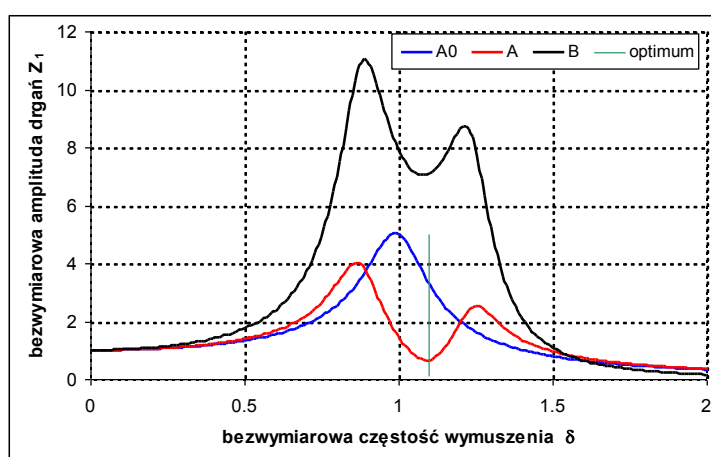
Rozwiązanie układu równań (2) możemy zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} x &= A \sin(\omega t - \alpha), \\ y &= B \sin(\omega t - \beta), \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie amplitudy A i B oraz przesunięcia fazowe α i β od parametrów dynamicznych układu i parametrów wymuszenia:

$$\begin{aligned} A &= A(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega), \quad B = B(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega), \\ \alpha &= \alpha(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega), \quad \beta = \beta(M, K, C, m_e, k_e, c_e, F_0, \omega) \end{aligned}$$

Przykładowo przebiegi amplitud drgań: układu chronionego bez eliminatora A_0 , układu chronionego z eliminatorem A oraz eliminatora drgań B dla wybranych parametrów układu i wymuszenia pokazano na rysunku 4.



Rys. 4 Przebieg amplitud drgań analizowanego układu

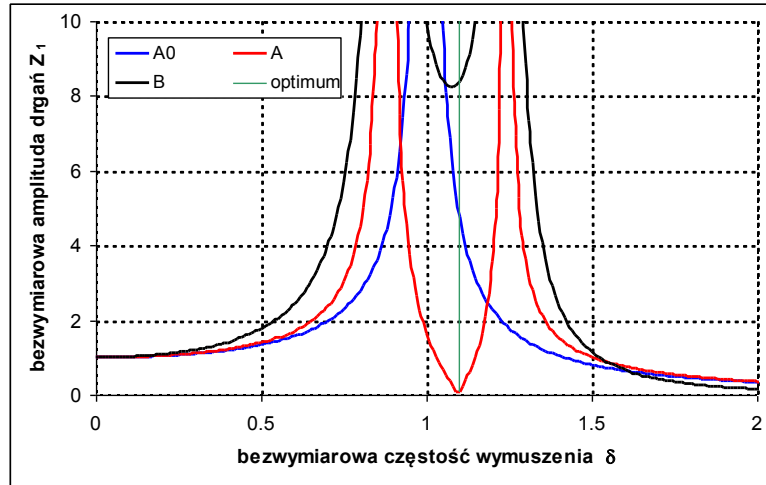
$$F_1 = F_0/Mg = 1, \quad \xi = C/2\sqrt{KM} = 0.1, \quad \mu = m_e/M = 0.1, \quad \varepsilon = k_e/K = 0.12, \quad \gamma = c_e/C = 0.05$$

$$Z_1 = Z/(Mg/K), \quad Z = \{A_0, A, B\}, \quad \delta = \omega/\omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{K/M}$$

Dla małych tłumień w układzie $c_e = C \approx 0$ amplitudy drgań A_0 , A i B można zapisać:

$$\begin{aligned} A_0 &= F_0 \frac{1}{|K - M\omega^2|} \\ A &= F_0 \left| \frac{(k_e - m_e\omega^2)}{(K + k_e - M\omega^2)(k_e - m_e\omega^2) - k_e^2} \right| \\ B &= F_0 \left| \frac{k_e}{(K + k_e - M\omega^2)(k_e - m_e\omega^2) - k_e^2} \right| \end{aligned} \quad (4)$$

co graficznie, dla przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5 Przebieg amplitud drgań analizowanego układu dla małych tłumień $F_1 = F_0/Mg = 1$, $C = c_e \approx 0$, $\mu = m_e/M = 0.1$, $\varepsilon = k_e/K = 0.12$,

Z postaci rozwiązań (4), zilustrowanych na rysunku 5, wynika, że w przypadku gdy:

$$\omega^2 = \frac{k_e}{m_e} \Rightarrow \delta^2 = \frac{\varepsilon}{\mu} \quad (5)$$

amplituda drgań A masy chronionej M będzie miała wartość zerową (krzywa czerwona). Warto przy tym zauważyć, że amplituda drgań masy m_e ma wtedy wartość:

$$B = \frac{F_0}{k_e} \quad (6)$$

Warunek (5) jest warunkiem dynamicznej eliminacji drgań za pomocą dołączonego dodatkowego układu mechanicznego – eliminatora dynamicznego.

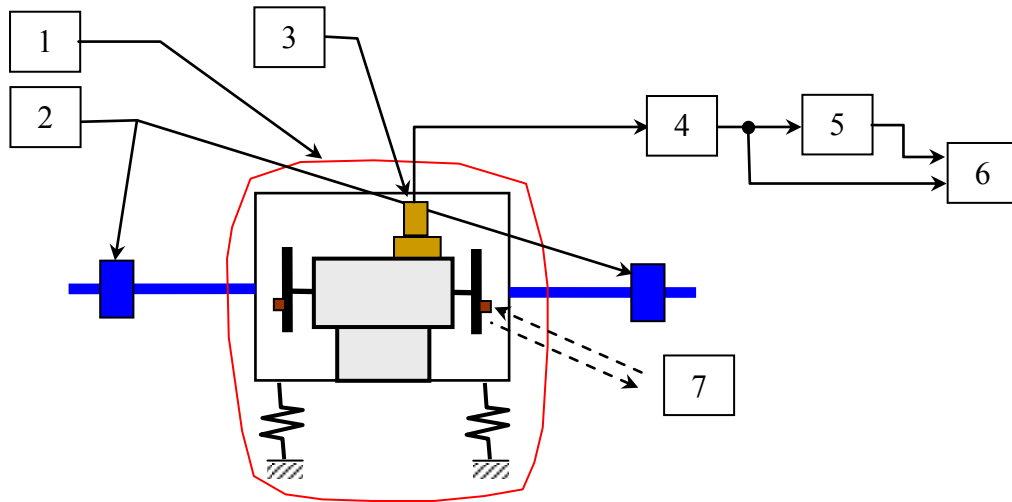
Zależność (6) pokazuje, że w warunkach eliminacji drgań układ dołączony nie znajduje się w stanie drgań rezonansowych.

Porównując przebiegi amplitud drgań masy M z eliminatorem przedstawione na rysunkach 4 i 5 łatwo zauważyć, że dla tłumień różnych od zera, $C \neq 0$ i $c_e \neq 0$ amplituda A osiąga minimum dla $\omega^2 \approx k_e/m_e$. Stąd przy założeniu, że masa eliminatora drgań m_e jest stała i powinna być znacznie mniejsza od masy układu głównego $m_e \leq 0.1M$, możemy wyznaczyć optymalną sztywność eliminatora k_e . Tłumienie eliminatora dobieramy zgodnie z zasadą podaną w [1].

3. STANOWISKO BADAWCZE

Stanowisko badawcze składa się z dwóch części:

- badanego obiektu – silnik elektryczny z dwoma niewyważonymi statycznie tarczami (1), którego drgania eliminujemy za pomocą eliminatorów dynamicznych, składających się z dwóch jednostronnie utwierdzonych belek z dodatkowymi masami (2),
- układu pomiarowego przedstawionego i opisanego na rysunku 6



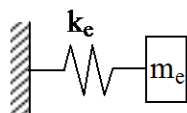
Rys. 6. Schemat stanowiska badawczego;
1 – obiekt, którego drgania eliminujemy,
2 – dynamiczne eliminatory drgań,
3 – piezoelektryczny przetwornik drgań,
4 – wzmacniacz pomiarowy,
5 – filtr środkowoprzepustowy,
6 – oscyloskop,
7 – stroboskop.

4. PRZEBIEG ĆWICZENIA:

- A) Narysować schemat blokowy stanowiska badawczego – może być on różny od przedstawionego wyżej – sprawdzić.
- B) Wyznaczyć częstotliwość obrotów maszyny (silnika elektrycznego):
 - z tabliczki znamionowej na silniku odczytać liczbę obrotów i traktując tą wartość jako przybliżoną dokonać stroboskopem pomiaru liczby obrotów maszyny,
 - pomiar liczby obrotów sprawdzić odpowiednim ustawieniem częstotliwości środkowej filtra środkowo-przepustowego.
- C) Obliczyć, korzystając z modeli eliminatora drgań pokazanego na rysunku 7, długość teoretyczną elementów sprężystych eliminatora i dobrać analitycznie jego parametry do uprzednio zmierzonej częstotliwości obrotów maszyny.
- D) Dokonać pomiaru przyspieszeń drgań korpusu maszyny bez mas eliminatorów: bez filtracji i z zastosowaną filtracją środkowo przepustową sygnału drgań ($f_{sr} = f_{obr}$). Wyniki pomiarów zapisać w tablicy pomiarowej – poz. 1.

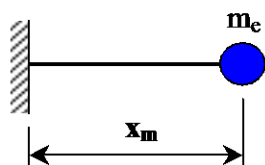
D) Po założeniu mas eliminatorów, dla minimalnej długości (zablokować masy na elementach sprężystych eliminatorów) dokonać pomiaru przyspieszeń drgań korpusu maszyny bez filtracji i z zastosowaną filtracją środkowo przepustową sygnału drgań. W tablicy pomiarowej – poz. 2.

a)



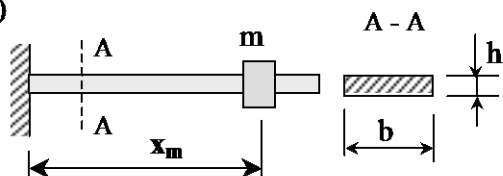
$$f_{0e} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_e}}$$

b)



$$k_e = \frac{3EI}{x_m^3}, \quad f_{0e} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_e}}$$

c)



$$k_e = \frac{3EI}{x_m^3}, \quad f_{0e} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_e}}, \quad m_e = m + 0.23\rho S x_m + \rho S(l - x_m), \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

Rys. 7. Modele dynamicznego eliminatora drgań;

a) – model dyskretny, b) – prosty model ciągły, c) – układ rzeczywisty

- F) Przeprowadzić pomiary drgań dla kolejnych długości elementów sprężystych eliminatorów, rozpoczynając od 15 mm, do pierwszego wzrostu wartości przyspieszenia – poz. 3 w tablicy pomiarowej.
- G) Określić czynną długość eliminatora, przy której amplituda drgań obudowy silnika jest najmniejsza.
- H) Porównać wyznaczoną eksperymentalnie czynną długość belki eliminatora z wartością wyznaczoną analitycznie i zastanowić się nad przyczynami różnic.

5. SPRAWOZDANIE Z PRZEBIEGU ĆWICZENIA:

W sprawozdaniu należy przedstawić:

- A). Opis przebiegu ćwiczenia.
- B). Ocenę praktycznej skuteczności eliminacji drgań dla zmierzonych wielkości fizycznych;
- C). Wykresy funkcji amplitud w zależności od długości czynnej eliminatora z zaznaczeniem optymalnej długości, oraz obliczonej teoretycznie,

TABLICA POMIAROWA

Opis sytuacji pomiarowej	Przyspieszenie a (bez filtra)	Przyspieszenie a (z filtrem środkowo- przepustowym o częstotliwości $f_{sr} = \dots\dots$ Hz)	Uwagi:
Jednostka	[m/s ²]	[m/s ²]	
1. Pomiar drgań maszyny bez mas eliminatorów - stan wyjściowy			
2. Pomiar drgań z masami eliminatorów dla minimalnej długości $l_e = \dots$ (obserwacja wpływu dołożenia do układu dodatkowej masy)			
3. Zmiana długości elementów sprężystych l_e (co 2 mm)			
a) $l_e = 15$ mm - długość czynna elementów sprężystych.			
b)			
c)			
d)			
e)			
- aż do momentu pierwszego wzrostu amplitudy mierzonej wielkości.			