LABORATORIUM DYNAMIKI MASZYN

Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania

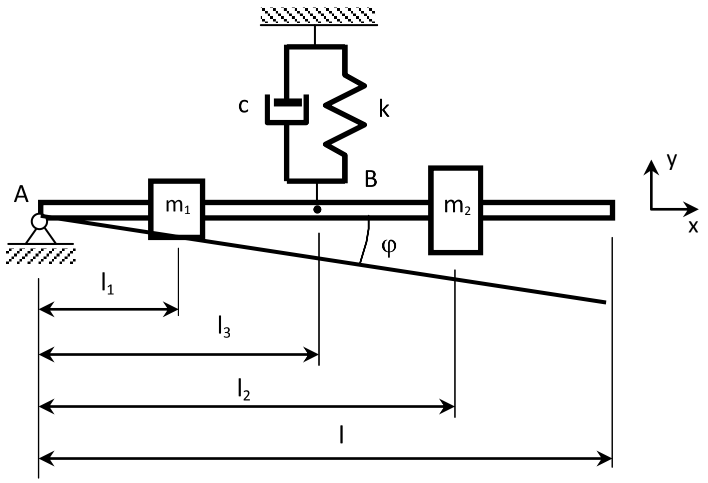
Instytut Mechaniki Stosowanej

Zakład Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów

<table>
<tr><td rowspan="2">Grupa:
Imię i Nazwisko:
1.......................................
2.......................................
3.......................................
4.......................................
5.......................................</td><td colspan="3">Ćwiczenie nr 1: Modelowanie układów mechanicznych</td></tr>
<tr><td>Data wykonania ćwiczenia:</td><td>Data oddania sprawozdania:</td><td>Ocena:</td></tr>
</table>

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest identyfikacja zadanego układu mechanicznego na podstawie wiedzy o jego strukturze i funkcjonowaniu, którą uzyskuje się w procesie modelowania dynamicznego, eksperymentu, estymacji i weryfikacji modelu.



Rys. 1. Badany model fizyczny.

Wyposażenie stanowiska:

1. Model układu dynamicznego – bryła sztywna z więzami sprężysto-dyssypatywnymi i więzami typu podpora przegubowa stała.
2. Przetwornik drgań.
3. Układy rejestracji i analizy sygnału drganiowego.

Przebieg ćwiczenia:

Badany układ mechaniczny, przedstawiony na rysunku 1, stanowi sztywny pręt o masie m_b z dodatkowymi masami m_1 i m_2 umieszczonymi na pręcie odpowiednio w odległościach l_1 i l_2 od punktu A podparty przegubowo w punkcie A (podpora przegubowo nieruchoma) i podwieszony sprężyście w punkcie B ($x = l_3$).

Należy zmierzyć wszystkie odległości. m_b=315,5g

$$J\ddot{\varphi} = -l_3^2\left(c\dot{\varphi} + k\varphi\right),$$

$$J = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + \frac{1}{3} m_b$$

Zakładając liniowość własności sprężysto–dyssypatywnych sprężyny, dynamiczne równanie ruchu obrotowego układu wokół położenia równowagi zapisać w postaci: (1)

gdzie: J – moment bezwładności układu względem osi obrotu; m_1, m_2 masy ciężarków; m_b –masa pręta; l_1, l_2-odległości środków mas od osi obrotu; l_3 – odległość mocowania sprężyny od osi obrotu.

Przyjmując wychylenie od położenia równowagi miejsca mocowania sprężyny jako y określić masę układu zredukowaną do tego punktu m_z:

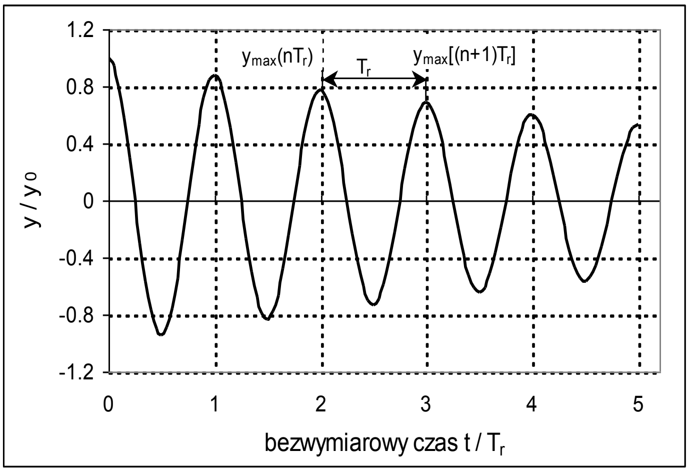
$$y = l_3\varphi \quad \text{i} \quad \mathrm{m_z} = m_1\left(\frac{l_1}{l_3}\right)^2 + m_2\left(\frac{l_2}{l_3}\right)^2 + \frac{1}{3}m_b\left(\frac{l}{l_3}\right)^2 \qquad (2)$$

Równanie ruchu układu (1) przyjmie postać:

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_0\dot{y} + \omega_0^2 y = 0, \quad \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{m_z}} = 2\xi\omega_0, \quad \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m_z}} = \omega_0^2. \qquad (3)$$

Dla warunków początkowych $\mathrm{y}_{t=0} = \mathrm{y}_0$, $\dot{\mathrm{y}}_{t=0} = 0$, i małych wychyleń układu rozwiązanie równania (3) ma postać:

$$y = y_0 e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t\right) \qquad (4)$$



Przykładowy przebieg drgań swobodnych układu w czasie pokazano na rysunku 2. Znając zarejestrowany przebieg przemieszczeń drgań obiektu rzeczywistego możemy określić dwie wielkości fizyczne charakterystyczne dla drgań swobodnych układu o jednym stopniu swobody zależnych od jego parametrów dynamicznych:

- okres drgań tłumionych T_r:

$$\mathrm{T_r} = \frac{2\pi}{\omega_r} = \frac{2\pi}{\omega_0}\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2\pi \mathrm{m_z}}{\sqrt{4\mathrm{km_z} - \mathrm{c}^2}}, \qquad (5)$$

Rys. 2. Przebieg drgań swobodnych układu w funkcji czasu.

- logarytmiczny dekrement tłumienia Δ:

$$\Delta = \ln\left\{\frac{\mathrm{y_{max}}(\mathrm{nT_r})}{\mathrm{y_{max}}[(\mathrm{n}+1)\mathrm{T_r}]}\right\} = \frac{\pi \mathrm{c}}{\sqrt{4\mathrm{km_z} - \mathrm{c}^2}}, \qquad (6)$$

Wielkości T_r i D wyznaczymy odczytując z przebiegu drgań zanikających kolejne wartości maksymalnych przemieszczeń drgań i odpowiadające im czasy wystąpienia odpowiednio dla dodatniej części $\mathrm{y}_j^{(+)}$ i $\mathrm{t}_j^{(+)}$, $\mathrm{j} \in \langle 1, \mathrm{n}_1 \rangle$ jak i ujemnej części $\mathrm{y}_i^{(-)}$ i $\mathrm{t}_i^{(-)}$, $\mathrm{i} \in \langle 1, \mathrm{n}_2 \rangle$ przebiegu czasowego zgodnie z procedurą przedstawioną poniżej:

- wyznaczanie średniej wartości i odchylenia standardowego okresu drgań zanikających T_r:

$$T_{rj}^{(+)} = t_{j+1}^{(+)} - t_j^{(+)}, \qquad T_{ri}^{(-)} = t_{j+1}^{(-)} - t_j^{(-)},$$

$$T_{r\,\text{śr}}^{(+)} = \frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1} T_{rj}^{(+)}, \qquad T_{r\,\text{śr}}^{(-)} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} T_{ri}^{(-)},$$

$$T_{r\,\text{śr}} = \frac{1}{2}\left(T_{r\,\text{śr}}^{(+)} + T_{r\,\text{śr}}^{(-)}\right), \qquad (7)$$

$$std(T_r) = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1}\left(T_{rj}^{(+)} - T_{r\,\text{śr}}^{(+)}\right)^2} + \sqrt{\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}\left(T_{ri}^{(-)} - T_{r\,\text{śr}}^{(-)}\right)^2}\right].$$

- wyznaczanie średniej wartości i odchylenia standardowego logarytmicznego dekrementu tłumienia Δ:

$$\Delta_j^{(+)} = \ln\left(\frac{y_j^{(+)}}{y_{j+1}^{(+)}}\right), \qquad \Delta_i^{(-)} = \ln\left(\frac{y_i^{(-)}}{y_{i+1}^{(-)}}\right),$$

$$\Delta_{\acute{s}r}^{(+)} = \frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1}\Delta_j^{(+)}, \qquad \Delta_{\acute{s}r}^{(-)} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}\Delta_j^{(-)}, \qquad (8)$$

$$\Delta_{\text{śr}} = \frac{1}{2}\left(\Delta_{\text{śr}}^{(+)} + \Delta_{\text{śr}}^{(-)}\right),$$

$$std(\Delta) = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1}\left(\Delta_j^{(+)} - \Delta_{\text{śr}}^{(+)}\right)^2} + \sqrt{\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}\left(\Delta_i^{(-)} - \Delta_{\text{śr}}^{(-)}\right)^2}\right].$$

Znając masę układu zredukowaną do punktu mocowania sprężyny m_z, możemy wyznaczyć pozostałe dwa parametry dynamiczne badanego układu:

$$k_z = \frac{m_z\left(\pi^2 + 4\Delta_{\acute{s}r}^2\right)}{T_{r\,\text{śr}}^2}, \qquad (9)$$

$$c_z = \frac{2m_z\Delta_{\acute{s}r}}{T_{r\,\text{śr}}}$$

Powyższą procedurę powtarzamy dla każdego wariantu pomiarowego (wybranych mas m_1 i m_2 oraz położeń l_1, l_2 i l_3).

Protokół pomiarowy

Lp.	Rysunek konfiguracji pomiarowej	Nr masy i odległości	Nazwa pliku csv
1	I	M .... l_1=....................... l_2=....................... l_3=.......................	
2		M .... l_1=....................... l_2=....................... l_3=.......................	
3		M .... l_1=....................... l_2=....................... l_3=.......................	
4		M .... l_1=....................... l_2=....................... l_3=.......................	

Obliczenia

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Wnioski:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....