LABORATORIUM DYNAMIKI MASZYN

Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania
Kierunek: Mechanika i Budowa Maszyn
Zakład Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów

Ćwiczenie nr 1

Modelowanie dynamiczne układów mechanicznych

Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest identyfikacja zadanego układu mechanicznego na podstawie wiedzy o jego strukturze i funkcjonowaniu, którą uzyskuje się w procesie modelowania dynamicznego, eksperymentu, estymacji i weryfikacji modelu.

Wyposażenie stanowiska:

1. Model układu dynamicznego – bryła sztywna z więzami sprężysto-dyssypatywnymi i więzami typu podpora przegubowa stała.
2. Przetwornik drgań.
3. Układy rejestracji i analizy sygnału drganiowego.

Literatura:

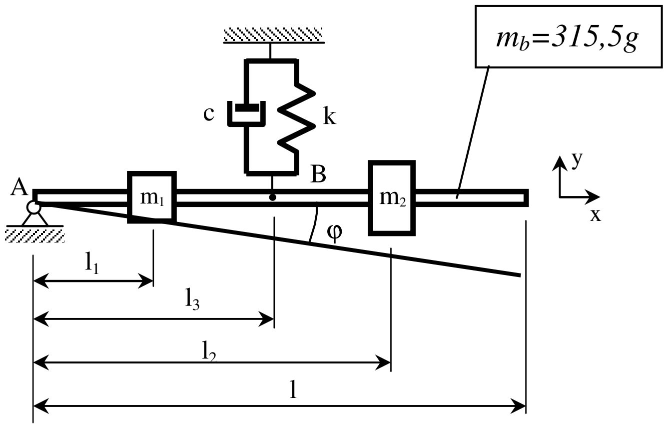
1. J. Leyko, Mechanika ogólna, tom II, PWN Warszawa.
2. J. Misiak, Mechanika ogólna, tom II Dynamika, WNT Warszawa.
3. C. Cempel, Drgania mechaniczne. Wprowadzenie, Wydawnictwo PP, Poznań.
4. Z. Osiński, Teoria drgań, PWN Warszawa.

Zagadnienia kontrolne:

1. Metody budowania różniczkowych równań ruchu.
2. Drgania swobodne układu mechanicznego o jednym stopniu swobody.
3. Drgania wymuszone układu mechanicznego o jednym stopniu swobody.
4. Wpływ tłumienia na drgania swobodne układu o jednym stopniu swobody.

Przebieg ćwiczenia:

Badany układ mechaniczny, przedstawiony na rysunku 1, stanowi sztywny pręt o masie m_b z dodatkowymi masami m_1 i m_2 umieszczonymi na pręcie odpowiednio w odległościach l_1 i l_2 od punktu A podparty przegubowo w punkcie A (podpora przegubowo nieruchoma) i podwieszony sprężyście w punkcie B ($x = l_3$). Należy zmierzyć wszystkie odległości.



Rys. 1. Model fizyczny badanego układu dynamicznego.

Zakładając liniowość własności sprężysto–dyssypatywnych sprężyny, dynamiczne równanie ruchu obrotowego układu wokół położenia równowagi zapisać w postaci:

$$J\ddot{\varphi} = -l_3^2\left(c\dot{\varphi} + k\varphi\right),\qquad J = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + \frac{1}{3}m_b l^2 \tag{1}$$

gdzie: J – moment bezwładności układu względem osi obrotu; m_1, m_2 masy ciężarków; m_b –masa pręta; l_1, l_2-odległości środków mas od osi obrotu; l_3 – odległość mocowania sprężyny od osi obrotu.

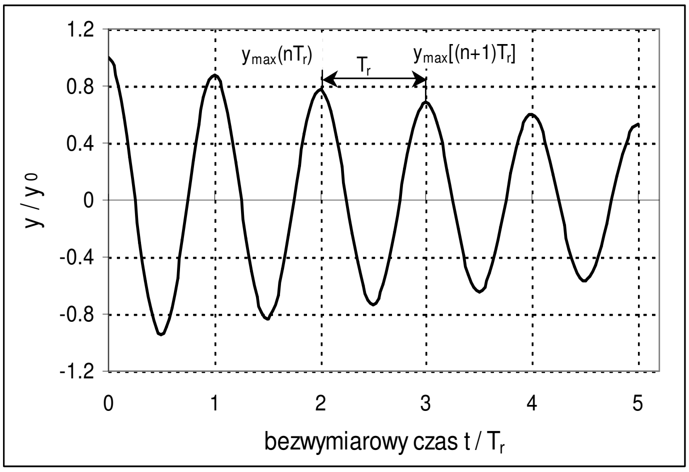
Przyjmując wychylenie od położenia równowagi miejsca mocowania sprężyny jako y określić masę układu zredukowaną do tego punktu m_z:

$$y = l_3\varphi \quad \text{i} \quad m_z = m_1\left(\frac{l_1}{l_3}\right)^2 + m_2\left(\frac{l_2}{l_3}\right)^2 + \frac{1}{3}m_b\left(\frac{l}{l_3}\right)^2 \tag{2}$$

Równanie ruchu układu (1) przyjmie postać: $\ddot{y} + 2\xi\omega_0\dot{y} + \omega_0^2 y = 0, \quad \dfrac{\mathrm{c}}{\mathrm{m_z}} = 2\xi\omega_0, \quad \dfrac{\mathrm{k}}{\mathrm{m_z}} = \omega_0^2.$ (3)

Dla warunków początkowych $y_{t=0} = y_0$, $\dot{y}_{t=0} = 0$, i małych wychyleń układu rozwiązanie równania (3) ma postać:

$$y = y_0 e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t\right) \tag{4}$$



Rys. 2. Przebieg drgań swobodnych układu w funkcji czasu.

Przykładowy przebieg drgań swobodnych układu w czasie pokazano na rysunku 2. Znając zarejestrowany przebieg przemieszczeń drgań obiektu rzeczywistego możemy określić dwie wielkości fizyczne charakterystyczne dla drgań swobodnych układu o jednym stopniu swobody zależnych od jego parametrów dynamicznych:

- okres drgań tłumionych T_r:

$$T_r = \frac{2\pi}{\omega_r} = \frac{2\pi}{\omega_0}\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2\pi m_z}{\sqrt{4km_z - c^2}}, \tag{5}$$

- logarytmiczny dekrement tłumienia Δ:

$$\Delta = \ln\left\{\frac{y_{max}(nT_r)}{y_{max}[(n+1)T_r]}\right\} = \frac{\pi c}{\sqrt{4km_z - c^2}}, \tag{6}$$

Wielkości T_r i D wyznaczymy odczytując z przebiegu drgań zanikających kolejne wartości maksymalnych przemieszczeń drgań i odpowiadające im czasy wystąpienia odpowiednio dla dodatniej części $y_j^{(+)}$ i $t_j^{(+)}$, $j \in \langle 1, n_1 \rangle$ jak i ujemnej części $y_i^{(-)}$ i $t_i^{(-)}$, $i \in \langle 1, n_2 \rangle$ przebiegu czasowego zgodnie z procedurą przedstawioną poniżej:

- wyznaczanie średniej wartości i odchylenia standardowego okresu drgań zanikających T_r:

$$T_{rj}^{(+)} = t_{j+1}^{(+)} - t_j^{(+)}, \qquad T_{ri}^{(-)} = t_{j+1}^{(-)} - t_j^{(-)},$$
$$T_{r\,\acute{s}r}^{(+)} = \frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1} T_{rj}^{(+)}, \qquad T_{r\,\acute{s}r}^{(-)} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} T_{ri}^{(-)}, \tag{7}$$
$$T_{r\,\acute{s}r} = \frac{1}{2}\left(T_{r\,\acute{s}r}^{(+)} + T_{r\,\acute{s}r}^{(-)}\right),$$
$$std\,(T_r) = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1}\left(T_{rj}^{(+)} - T_{r\,\acute{s}r}^{(+)}\right)^2} + \sqrt{\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}\left(T_{ri}^{(-)} - T_{r\,\acute{s}r}^{(-)}\right)^2}\right].$$

- wyznaczanie średniej wartości i odchylenia standardowego logarytmicznego dekrementu tłumienia Δ:

$$\Delta_j^{(+)} = \ln\left(\frac{y_j^{(+)}}{y_{j+1}^{(+)}}\right), \qquad \Delta_i^{(-)} = \ln\left(\frac{y_i^{(-)}}{y_{i+1}^{(-)}}\right),$$
$$\Delta_{\acute{s}r}^{(+)} = \frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1}\Delta_j^{(+)}, \qquad \Delta_{\acute{s}r}^{(-)} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}\Delta_j^{(-)}, \tag{8}$$
$$\Delta_{\acute{s}r} = \frac{1}{2}\left(\Delta_{\acute{s}r}^{(+)} + \Delta_{\acute{s}r}^{(-)}\right),$$
$$std\,(\Delta) = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1}\left(\Delta_j^{(+)} - \Delta_{\acute{s}r}^{(+)}\right)^2} + \sqrt{\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}\left(\Delta_i^{(-)} - \Delta_{\acute{s}r}^{(-)}\right)^2}\right].$$

Znając masę układu zredukowaną do punktu mocowania sprężyny m_z, możemy wyznaczyć pozostałe dwa parametry dynamiczne badanego układu:

$$k_z = \frac{m_z\left(\pi^2 + 4\Delta_{\acute{s}r}^2\right)}{T_{r\,\acute{s}r}^2}, \qquad c_z = \frac{2m_z\Delta_{\acute{s}r}}{T_{r\,\acute{s}r}} \tag{9}$$

Powyższą procedurę powtarzamy dla każdego wariantu pomiarowego (wybranych mas m_1 i m_2 oraz położeń l_1, l_2 i l_3).