
	<p style="text-align: center;"><u>LABORATORIUM WIBROAKUSTYKI MASZYN</u></p> <p style="text-align: center;">Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania Instytut Mechaniki Stosowanej Zakład Wibroakustyki i Bio-Dynamiki Systemów</p>	
-----------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------

Ćwiczenie nr 2

WIBROIZOLACJA – określanie właściwości wibroizolacyjnych materiałów

Cel ćwiczenia:

- Ocena właściwości wibroizolacyjnych badanych materiałów.
- Poznanie układu do pomiaru funkcji wibroizolacji oraz zasad przeprowadzania testu harmonicznego.
- Wyznaczenie funkcji wibroizolacji badanego materiału (wibroizolatora) metodą testu harmonicznego.
- Wyznaczenie praktycznego zakresu wibroizolacji dla badanego materiału.

Wyposażenie stanowiska:

1. Wzbudnik drgań.
2. Dwa piezoelektryczne przetworniki przyspieszeń drgań.
3. Dwukanałowy miernik drgań z układami całkującymi.
4. Generator sygnału harmonicznego.
5. Wzmacniacz mocy.
6. Częstościomierz.
7. Oscyloskop.
8. Wibroizolatory (materiały wibroizolujące).

Literatura:

1. C. Cempel: Drgania mechaniczne. Wprowadzenie, skrypt PP Nr 1163, 1984; Rozdz. 4.4. Redukcja drgań, wibroizolacja; Rozdz. 5.4. Eliminacja i izolacja drgań.
2. Z. Osiński: Teoria drgań, PWN, Warszawa 1978, rozdział 4. Drgania wymuszone układów o jednym stopniu swobody.

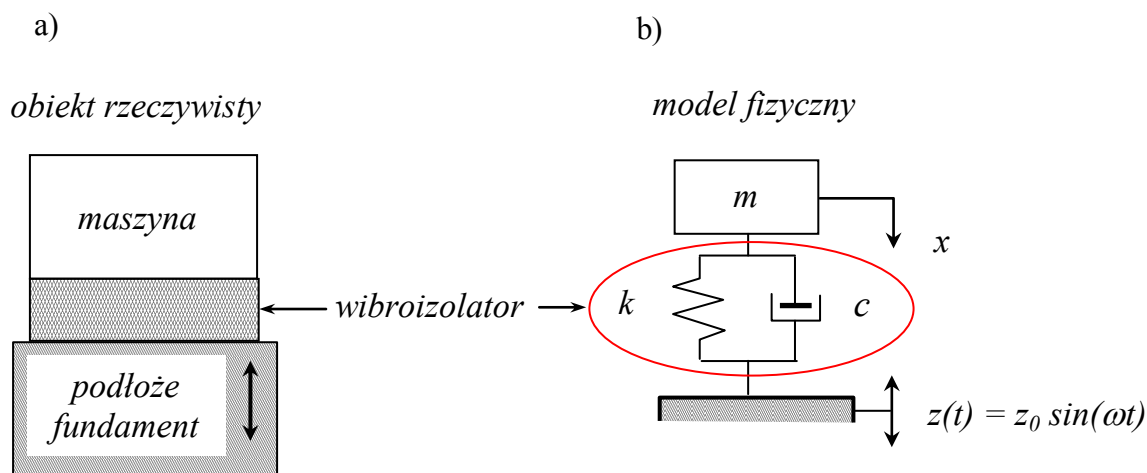
Zagadnienia kontrolne:

1. Drgania wymuszone układu o jednym stopniu swobody z uwzględnieniem tłumienia.
2. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa oraz fazowo-częstotliwościowa układu o jednym stopniu swobody.
3. Test harmoniczny układu o jednym stopniu swobody.
4. Wibroizolacja siłowa i przemieszczeniowa.
5. Wibroizolator.

1. WIBROIZOLACJA – PODSTAWY TEORETYCZNE.

Rozróżnić można dwa typy wibroizolacji. Jeden, gdy chcemy zabezpieczyć przed propagacją drgań z maszyny na podłoże. Jest to tak zwana wibroizolacja siłowa. Drugi przypadek to taki, gdy chcemy ochronić jakiś obiekt (np. człowieka, czułą aparaturę), przed drganiami podłoża. Jest to tak zwana wibroizolacja przemieszczeniowa – rysunek 1a.

Model takiego układu posłuży nam do pokazania istoty wibroizolacji przemieszczeniowej. Rozważmy układ przedstawiony na rysunku 1b.



Rys. 1. Wibroizolacja przemieszczeniowa, a) –schemat obiektu rzeczywistego, b) – model fizyczny.

Obiekt o masie m jest położony na wibroizolatorze o stałej sprężystości k i stałej tłumienia c . Zbadajmy, jaka będzie amplituda drgań obiektu pod wpływem drgań podłoża. Równanie ruchu tego układu będzie miało postać:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{z}) + k(x - z) = 0 \quad (1)$$

Przekształcając teraz to równanie do postaci:

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{c}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z \quad (2)$$

oraz podstawiając:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0, \quad \xi = \frac{c}{c_{kr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}},$$

możemy zapisać równanie ruchu (1) w postaci (3):

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 2\xi\omega_0\dot{z} + \omega_0^2z \quad (3)$$

gdzie: ω_0 – częstość własna, ξ – stopień tłumienia, c_{kr} – tłumienie krytyczne,
 $z = z_0 \sin(\omega t)$ - przemieszczenia podłoża.

Rozwiązanie zupełne tego równania dla zerowych warunków początkowych jest postaci (4):

$$x = z_0 \sqrt{\frac{1 + (2\xi\delta)^2}{(1 - \delta^2)^2 + (2\xi\delta)^2}} \left\langle -e^{-\xi\omega_0 t} \left\{ \sin(\alpha - \varphi) \cos \omega_r t + \left[\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\alpha - \varphi) + \frac{\delta}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_r t \right] \right\} + \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \right\rangle \quad (4)$$

gdzie: z_0 – amplituda drgań podłoża, $\delta = \frac{\omega}{\omega_0}$ – bezwymiarowa częstość wymuszenia,

$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$ – częstość drgań własnych tłumionych, $\varphi = \arctg\left(\frac{2\xi\delta}{1 - \delta^2}\right)$, $\alpha = \arctg(2\xi\delta)$.

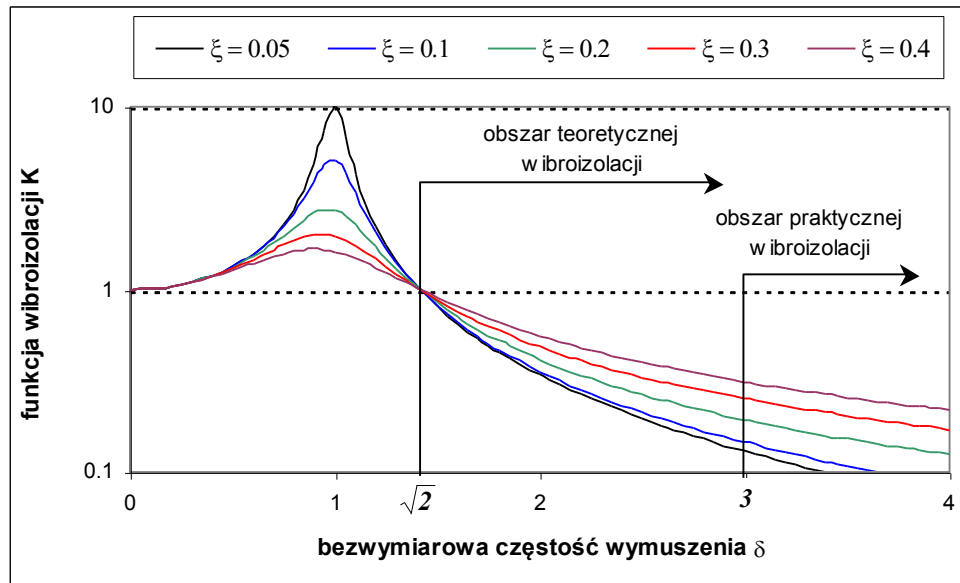
Uwzględniając, że drgania swobodne zanikają z czasem, $\left(\lim_{t \rightarrow \infty} (e^{-\xi\omega_0 t}) = 0\right)$, możemy napisać rozwiązanie równania ruchu układu x stanie ustalonym tj. po zaniknięciu drgań swobodnych w postaci (5):

$$x(t) = z_0 \sqrt{\frac{1 + (2\xi\delta)^2}{(1 - \delta^2)^2 + (2\xi\delta)^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \quad (5)$$

Funkcję wibroizolacji obrazującą zmniejszenie drgań obiektu chronionego (masy m) definiujemy jako stosunek amplitud drgań masy m i podłoża, co w naszym przypadku daje:

$$K = \frac{\max_t[x(t)]}{\max_t[z(t)]} = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\delta)^2}{(1 - \delta^2)^2 + (2\xi\delta)^2}} \quad (6)$$

Wartości funkcji wibroizolacji K dla różnych wartości stopnia tłumienia ξ w funkcji bezwymiarowej częstości wymuszenia δ pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Funkcja wibroizolacji K dla różnych wartości stopnia tłumienia ξ w funkcji bezwymiarowej częstości wymuszenia δ .

Zmniejszenie drgań masy m mamy, gdy wartość funkcji wibroizolacji jest mniejsza od jedności, $K < 1$. Analizując zmienność funkcji K w dziedzinie bezwymiarowej częstości wymuszenia δ mamy dla wszystkich wartości stopnia tłumienia ξ :

$$\begin{array}{ll} \delta = 0 \text{ i } \delta = \sqrt{2} & K = 1 \\ 0 < \delta < \sqrt{2} & K > 1 \\ \delta > \sqrt{2} & K < 1 \\ \delta \rightarrow \infty & K \rightarrow 0 \end{array} \quad (7)$$

Z powyższego widać, że obszar teoretycznej wibroizolacji wyznacza nierówność:

$$K < 1 \text{ dla } \delta > \sqrt{2}$$

Rozpatrzmy jeszcze wpływ wielkości tłumienia na drgania układu. Na wykresach z rysunku 2 można zaobserwować, że tłumienie ma bardzo pozytywny wpływ na zmniejszenie amplitudy w strefie rezonansowej, $\delta < \sqrt{2}$. Jednak powyżej tej strefy tj. dla $\delta > \sqrt{2}$, tłumienie niekorzystnie wpływa na własności wibroizacyjne materiałów co można zapisać następująco:

$$\begin{array}{ll} \delta < \sqrt{2} & K(\xi_i) < K(\xi_j) \\ \xi_i > \xi_j & \\ \delta > \sqrt{2} & K(\xi_i) > K(\xi_j) \end{array} \quad (8)$$

Zatem bardziej efektywne są wibroizolatory o możliwie małym tłumieniu własnym.

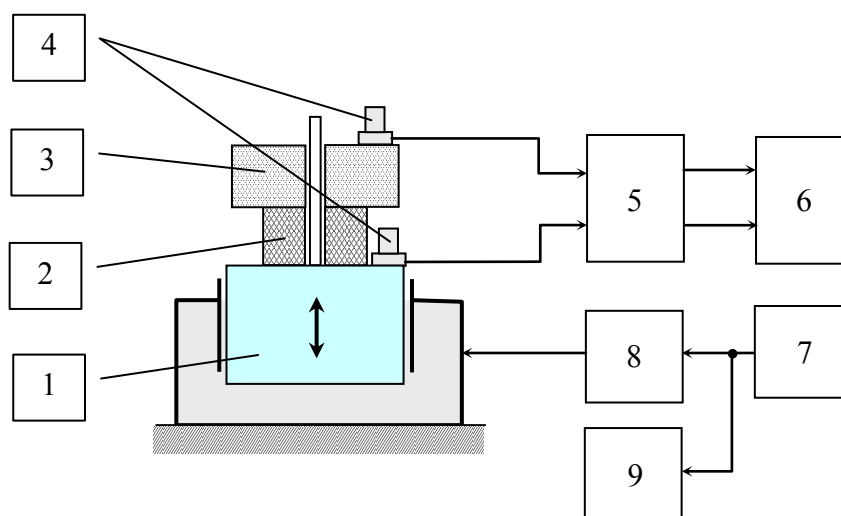
W zadaniu wibroizacji żądamy by amplituda drgań chronionego obiektu była znacznie mniejsza od amplitudy drgań podłoża. Stąd też w praktyce przyjmuje się, że obszar praktycznej wibroizacji jest węższy i spełnia warunek $K \ll 1$ dla $\delta > 3$.

W praktyce warunek ten, przy znajomości masy układu pozwala wyznaczyć zredukowaną (zastępczą) sztywność wibroizatora:

$$\delta > 3 \rightarrow k_r < \frac{m\omega^2}{9} \quad (9)$$

2. OPIS STANOWISKA DO WYZNACZANIA WŁAŚCIWOŚCI WIBROIZOLACYJNYCH MATERIAŁÓW I SPOSÓB REALIZACJI EKSPERYMENTU

Schemat blokowy układu pomiarowego do wyznaczania właściwości wibroizolacyjnych materiałów przedstawiony został na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat blokowy stanowiska do wyznaczania właściwości wibroizolacyjnych materiałów; 1 – wzbudnik drgań, 2 – badany materiał wibroizolacyjny, 3 – obiekt chroniony (wibroizolowany), 4 – piezoelektryczne przetworniki drgań, 5 – miernik drgań, 6 – oscyloskop, 7 – generator sygnału harmonicznego, 8 – wzmacniacz mocy, 9 – częstotliwościomierz

Badana próbka materiału (2) jest położona na wzbudniku (1) i obciążona masą m (3), na której znajduje się przetwornik drgań (4), drugi przetwornik drgań znajduje się na WZBUDNIKU.

W celu określenia własności wibroizolacyjnych badanego materiału należy przeprowadzić test harmoniczny polegający na pobudzaniu układu do drgań harmonicznych z zadaną częstotliwością.

Dla zadanej częstotliwości $f = \frac{\omega}{2\pi}$ [Hz] (zadawanej na generatorze (7) i mierzonej na częstotliwościomierzu (9)) mierzymy amplitudę drgań masy m (amplitudę prędkości lub przemieszczeń) i amplitudę drgań wzbudnika i wyznaczamy wartość funkcji wibroizolacji $K(f)$. Czynności te powtarzamy dla częstotliwości z określonego przedziału (zarówno krok jak i przedział częstotliwości wyznaczamy doświadczalnie).

3. OPRACOWANIE WYNIKÓW.

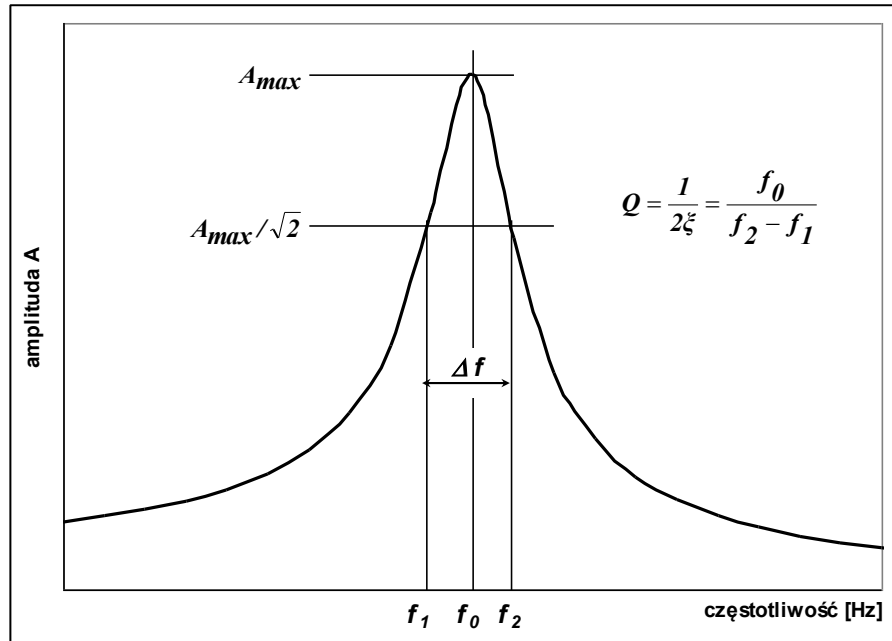
Sprawozdanie w punkcie dotyczącym opracowania wyników powinno zawierać:

- wykres doświadczalnej i teoretycznej funkcji wibroizolacji,
- określenie teoretycznego i praktycznego zakresu wibroizolacji dla badanej próbki materiału,
- interpretację otrzymanych wyników.

4. WYZNACZENIE TEORETYCZNEJ FUNKCJI WIBROIZOLACJI

Dla wyznaczonej doświadczalnie funkcji wibroizolacji $K(f)$ znajdujemy częstotliwość drgań własnych układu $f_0 : K_{max} = K(f_0)$, a następnie wyznaczamy szerokość połówkową pasma

przenoszenia (dla energii drgań równej połowie energii maksymalnej; energia drgań jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy drgań ($E \sim A^2$)) $\Delta f = f_2 - f_1$ (patrz rysunek 4).



Rys. 4. Rysunek pomocniczy do wyznaczenia stopnia tłumienia ξ układu

Biorąc pod uwagę analogie mechano – elektryczne, dobroć filtra Q (układ mechaniczny traktowany jako filtr) możemy zapisać następująco:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{1}{2\xi} \rightarrow \xi = \frac{\Delta f}{2f_0} \quad (10)$$

Znając częstotliwość drgań własnych f_0 i stopień tłumienia ξ teoretyczna funkcja wibroizolacji wyraża się zależnością (11):

$$K(f) = \sqrt{\frac{1 + 4\xi^2 \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2 \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \quad (11)$$